

# Utjecaj magnetskog polja na modul elastičnosti nekih krutina

---

**Tomić, Dario**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Chemical Engineering and Technology / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:149:888194>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-15**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Chemical Engineering and Technology University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET KEMIJSKOG INŽENJERSTVA I TEHNOLOGIJE  
SVEUČILIŠNI PREDDIPLOMSKI STUDIJ

**Dario Tomić**

**UTJECAJ MAGNETSKOG POLJA NA MODUL ELASTIČNOSTI NEKIH KRUTINA**

ZAVRŠNI RAD

Voditelj rada: izv.prof. dr. sc. Vladimir Dananić

Članovi ispitnog povjerenstva: izv.prof. dr. sc. Vladimir Dananić  
izv.prof. dr. sc. Zvonimir Glasnović  
doc. dr. sc. Miroslav Jerković

Zagreb, rujan 2017.

*Završni rad izrađen je u Zavodu za fiziku  
na Fakultetu kemijskog inženjerstva i tehnologije Sveučilišta u Zagrebu*

*Zahvaljujem mentoru izv.prof.dr.sc. Vladimiru Dananiću na pruženoj pomoći, savjetima i smjernicama koje su mi pomogle pri izradi ovog rada.*

*Posebno zahvaljujem svojoj obitelji, djevojci i prijateljima na svakodnevnoj podršci i potpori tijekom trajanja studija.*

## SAŽETAK RADA

### UTJECAJ MAGNETSKOG POLJA NA MODUL ELASTIČNOSTI NEKIH KRUTINA

Različiti materijali ponašaju se na različite načine, kada se na njih djeluje nekim vanjskim magnetskim poljem. Kod paramagnetika, dijamagnetika i feromagnetika dolazi do magnetizacije, koja nije kod svih jednaka. Do najsnažnije magnetizacije dolazi kod feromagneta jer je kod njih prisutna pojava spontane magnetizacije, odnosno materijal posjeduje magnetizaciju i prije nego što se podvrgne magnetskom polju. Magnetski momenti spontano se raspodjele u različite regije koje se nazivaju domene, a koje su međusobno odijeljene tzv. domenskim zidom. Možemo reći da feromagnetni imaju svoje vlastito unutarnje magnetsko polje. Kod dijamagneta i paramagneta, ne dolazi do spontane magnetizacije, nego je magnetizacija prisutna samo kada na njih djeluje vanjsko magnetsko polje. Svaki feromagnet sa svojim svojstvima ovisi o temperaturi; do određene temperature svaki feromagnet će zadržati svoja svojstva. Granična temperatura nakon koje se gube feromagnetska svojstva i gdje dolazi do paramagnetskog ponašanja, naziva se Curieva temperatura; kod svakog feromagneta je ona različita.

Pod utjecajem magnetskog polja, dolazi do pojave koja se naziva magnetostrikcija. Zbog magnetostrikcije odnosno promjene u magnetizaciji feromagneta, dolazi do deformacije. Mijenja se Youngov modul elastičnosti; ta promjena može biti pozitivna odnosno dolazi do produljenja materijala; te negativna, gdje dolazi do sabijanja materijala. Kod slabijih magnetskih polja treba uzeti u obzir i anizotropiju odnosno anizotropnu energiju koja nije zanemariva kao što je to slučaj kod jakih magnetskih polja, u kojima ona nema utjecaja. Anizotropija nastaje kao posljedica međudjelovanja atoma u strukturi feromagneta; zbog različite orijentacije prilikom magnetizacije, nisu u cijeloj strukturi materijala jednaka svojstva. Važno je spomenuti i petlju histereze koja nam govori da procesi magnetizacije i demagnetizacije nisu reverzibilni odnosno magnetska indukcija se ne mijenja jednakim intenzitetom kao i magnetsko polje.

U eksperimentalnom dijelu promatrana su dva eksperimenta koje su radili renomirani znanstvenici, a koji su pokazivali različite ovisnosti Youngova modula elastičnosti o temperaturi, jakosti magnetskog polja i magnetizaciji. Primjećeno je da se Youngov modul najviše mijenja pod utjecajem jakih magnetskih polja te pri temperaturama nižim od Curieve. Što je temperatura niža, to je i magnetizacija manja.

**KLJUČNE RIJEČI:** feromagnetizam, Curieva temperatura, Youngov modul elastičnosti, magnetostrikcija, anizotropija, petlja histereze, magnetska domena, domenski zid

## INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON ELASTICITY MODULE OF SOME SOLIDS

Different materials act differently when they are exposed to outer magnetic field.

Paramagnetics, diamagnetics and ferromagnetics don't have the same magnetization. The strongest magnetization is present at ferromagnets because before they are influenced by the magnetic field, they show the effect of spontaneous magnetization. Magnetic moments spontaneously divide themselves into different regions which are called the domains. We can say that ferromagnetics have their own inner magnetic field. Paramagnetics and diamagnetics don't have the effect of spontaneous magnetization, magnetization is present only when they are influenced by outer magnetic field. Each ferromagnet and their properties are related to temperature; they will keep their properties within a certain temperature range. The temperature where they lose their properties and where they act like paramagnets is called the Curie temperature; different ferromagnets have different Curies temperature.

Under the influence of magnetic field the effect of magnetostriction can appear. Because of the magnetostriction which is basically the change of the magnetization in ferromagnets, the appearance of deformation can occur. Young's modulus of elasticity is changing itself; that change can be positive or negative. Positive change is when materials are being extended and negative when they are being compressed. In the presence of weaker magnetic fields we must also consider the anisotropy and anisotropic energy which can't be ignored as there is such a case in strong magnetic fields. Anisotropy appears as a consequence of atomic interactions in ferromagnetic structure; because of the different orientation at magnetization, there aren't the same properties in the whole volume. It's vital to mention the hysteresis loop which is telling us that the processes of magnetization and demagnetization are not reversible; magnetic induction is not changing with the same intensity as the magnetic field.

In experimental part, two experiments were observed which were made by the renowned scientists and which were showing us different influences on Young's elasticity module by temperature, power of magnetic field and magnetization. It was sighted that Young's modulus has the biggest change under the influence of strong magnetic fields and at the temperatures lower than Curies. Lower magnetization is at lower temperatures.

**KEY WORDS**-ferromagnetism, Curies temperature, Young's modulus of elasticity, magnetostriction, anisotropy, hysteresis loop, magnetic domain, domain wall

## SADRŽAJ:

1. UVOD.....	1
2. OPĆI DIO.....	3
2.1. MAGNETSKA SVOJSTVA ČVRSTIH MATERIJALA.....	3
2.1.1. DIJAMAGNETSKI MATERIJALI.....	4
2.1.2. PARAMAGNETSKI MATERIJALI.....	4
2.1.3. FEROMAGNETSKI MATERIJALI.....	5
2.2. MAGNETSKA DOMENA I DOMENSKI ZID.....	8
2.3. MAGNETSKA HISTEREZA.....	9
2.3.1. GUBITCI HISTEREZE.....	10
2.3.2. TERMODINAMIČKI ODNOSI U MAGNETSKOM POLJU.....	11
2.4. MAXWELLOV TENZOR NAPREZANJA.....	12
2.4.1. MAGNETOSTRIKCIJA.....	13
2.5. ANIZOTROPIJA.....	15
2.6. RASTEZANJE I SABIJANJE MATERIJALA.....	16
3. EKSPERIMENTALNI DIO.....	18
4. POPIS SIMBOLA.....	23
4.1. POPIS SLIKA.....	24
5. LITERATURA.....	25

## 1.UVOD

KRUTINE su kemijske tvari koje karakterizira stalan oblik i volumen. Većina ih je kristalne prirode. Oblik kristala određen je rasporedom njegovih strukturnih jedinica odnosno atoma ili molekula koje su međusobno trodimenzionalno i pravilno raspoređene. Raspored strukturnih jedinica određuje svojstva i oblik kristala. Strukturne jedinice slaganjem tvore prostorne rešetke tzv. kristalne rešetke. Najmanji dio prostorne rešetke naziva se elementarna ili jedinična ćelija. Postoji 14 vrsta jediničnih ćelija koje mogu biti u 7 različitih kristalnih sistema: kubični (kocka kao jedinična ćelija), tetragonski (kocka izdužena u jednom smjeru), trigonski (bridovi su jednaki u sva tri smjera koordinatnih osi, ali nisu okomiti), monoklinski (bridovi duž jedne osi nisu okomiti s ravninom preostale dvije osi), triklinski (osi nisu okomite jedne na drugu), heksagonski (strukturne jedinice „grade“ šesterokute koji se slažu jedan iznad drugog). Između molekula u kristalnim rešetkama postoje sile koje se nazivaju Wan der Vaalsove privlačne sile.

MAGNETSKO POLJE, magnetska indukcija ili gustoća magnetskog toka (B) jest polje koje nastaje u magnetima pod utjecajem magnetskih dipola ili djelovanjem električnih naboja (nastaje zajedno s električnim poljem). Magnetsko polje zadovoljava dvije od četiriju Maxwellovih jednadžbi (opisuju ovisnosti magnetskog i električnog polja o nabojima i strujama koje nastaju):

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \partial \mathbf{B} / \partial t \quad (2)$$

Prva jednadžba označava magnetsko polje koje nema izvora, odnosno magnetski tok kroz bilo koju zatvorenu površinu jednak je nuli. Smisao druge jednadžbe je da svaka promjena magnetskog polja stvara električno polje.

B - magnetska indukcija

E - jakost električnog polja

t - vrijeme



MODUL ELASTIČNOSTI ili Youngov modul (E) je fizikalna veličina koja govori koliko se neka tijela mogu produljiti djelovanjem neke vanjske sile ovisno o materijalu toga tijela. To je omjer sile i produljenja odnosno omjer naprezanja i deformacije:

$$E = \sigma/\varepsilon \quad (3)$$

Što je on manji, tijelo će se više deformirati. Tu premisu pokazuje Hookeov zakon:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (4)$$

E - Youngov modul

$\sigma$  - naprezanje

$\varepsilon$  - deformacija

MAGNETOELASTIČNOST je svojstvo magnetskih materijala da mijenjaju svoju magnetska svojstva kao što je npr. permeabilnost, ako na njih djeluje neka mehanička sila.

## 2. OPĆI DIO

### 2.1. MAGNETSKA SVOJSTVA ČVRSTIH MATERIJALA

Kako bi mogli govoriti o magnetskim svojstvima čvrstih materijala, prvo moramo definirati i objasniti što je to magnetski moment, poznat i pod nazivom magnetski dipolni moment (oznaka  $\mu$ ). To je fizikalna vektorska veličina koja opisuje svojstva magneta i električnih zavojnica kroz koje protječe struja u nekom vremenu. Prvi uzrok nastajanja je vrtnja jezgre oko svoje osi, vrtnja elektrona oko jezgre je drugi, dok je posljednji uzrok vrtnja elektrona oko svoje osi odnosno spin elektrona. Ovisno o smjeru vrtnje elektrona, spin može poprimiti pozitivne i negativne vrijednosti. Nadalje moramo definirati i magnetsku permeabilnost. Magnetska permeabilnost je osobina tvari koja govori kakva će biti magnetizacija tijela, odnosno njezin intenzitet kada se tvar izloži djelovanju nekog vanjskog magnetskog polja. Omjer je magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja, odnosno:

$$\mu = B/H \quad (5)$$

$\mu$  - magnetski dipolni moment

B - magnetska indukcija

H - jakost magnetskog polja

Ona ovisi o strukturi, stupnju magnetiziranja i temperaturi. Magnetizacija je vektorska veličina koja govori o tome kako se razlikuje jakost magnetskog polja u vakuumu i nekom drugom sredstvu. Umnožak je magnetske susceptibilnosti tvari  $\chi$  i jakosti magnetskog polja odnosno:

$$M = \chi H \quad (6)$$

M - magnetizacija

$\chi$  - magnetska susceptibilnost

H - jakost magnetskog polja

Magnetska susceptibilnost je mjera udjela induciranog magnetskog polja. Atomi koji imaju veći broj atoma, a samim time i elektrona imaju veći broj ljusaka i podljusaka odnosno orbitala. Poznato je da se prvo popunjavaju orbitale nižeg energetskeg nivoa pa zatim višeg. Ukoliko su sve orbitale popunjene elektronima, doći će do poništavanja magnetskih momenata što daje za posljedicu da takav atom neće posjedovati magnetski moment. Što više postoji kvazislobodnih elektrona u pojedinačnim orbitalama to će atomi imati veći magnetski moment, a sam element će biti više magnetičan.

Tu također treba napomenuti jednu važnu činjenicu, a to je da kod nekih elemenata dolazi do popunjavanja viših energetske nivoa dok niži još nisu do kraja popunjeni. To je posebno izraženo kod elemenata kao što su željezo, kobalt i nikal kod kojih je došlo do popunjavanja četvrte energetske ljuske dok treća još nije bila do kraja popunjena. Posljedica toga je da takvi elementi imaju jako visok magnetski moment i vrlo su magnetični.

Ovisno o ponašanju u magnetskom polju materijale općenito djelimo na:

- dijamagnetske materijale
- paramagnetske materijale
- feromagnetske materijale
- antiferomagnetske materijale

### 2.1.1. DIJAMAGNETSKI MATERIJALI

Dijamagnetizam je jedan od oblika magnetizama koji se javlja kada se određene tvari podvrgnu utjecaju vanjskog magnetskog polja. Ne pokazuju magnetizaciju ako nije prisutno određeno vanjsko magnetsko polje. Stvaraju magnetsko bolje koje je suprotno od vanjskog magnetskog polja te zbog toga dolazi do odbijanja sila (inducirani moment je suprotan od smjera vanjskog magnetskog polja). Magnetska permeabilnost im je manja od 1, a magnetska susceptibilnost ( $\chi$ ) ima negativne vrijednosti.

Bizmut pokazuje najznačajniji dijamagnetski efekat, a još su kao dijamagnetski materijali značajni drvo, voda, plastika, živa i zlato. Jedan od načina dokazivanja dijamagnetizma bio bi stavljanje tankog sloja vode na vrh nekog jakog magneta, dolazno do pojave „odbijanja“ vode od magnetskog polja, odnosno, nastalo bi malo udubljenje na površini vode. Dijamagnetizam ne ovisi o temperaturi!

### 2.1.2. PARAMAGNETSKI MATERIJALI

Tvari i materijali koji pokazuju paramagnetska svojstva, najčešći su u prirodi. Paramagnetici su građeni od atoma koji posjeduju nesparene elektrone, posljedica toga je da imaju stalni magnetski dipolni moment. U odsustvu magnetskog polja također ne pokazuju magnetizaciju kao i prethodno spomenuti dijamagnetici. Magnetska permeabilnost im je malo veća od 1, dok je magnetska susceptibilnost po iznosu oko 500 puta veća nego li je to bio slučaj kod dijamagnetika.

Kada se stave u magnetsko polje, ono će na njih djelovati tako da će im povećati magnetizam na način da će djelomično usmjeravati magnetske momente atoma. Svojstvo paramagnetičnosti će biti jače izraženo pri nižim temperaturama. Jedan od eksperimenata dokazivanja paramagnetičnosti bio bi prelijevanje npr. tekućog kisika preko magneta i njegovog magnetskog polja. Tekući kisik bi „skrenuo“ pod utjecajem magnetskog polja. Neki od značajnijih paramagnetskih materijala su: aluminijski, mangan, magnezij, natrij, kalij i platina.

### 2.1.3. FEROMAGNETSKI MATERIJALI

Prvi opis fenomena feromagnetizma dao je P. Weiss koji postavlja model prema kojem u unutrašnjosti feromagneta postaje dodatno magnetsko polje koje je proporcionalno magnetizaciji odnosno:

$$B_i = \lambda M \quad (7)$$

$B_i$  - indukcija unutarnjeg magnetskog polja

$\lambda$  – konstanta proporcionalnosti (u sebi uključuje  $\mu_0$ ); još poznata i pod nazivom koeficijent magnetskog polja

$M$  - magnetizacija

Također, moramo dodati i utjecaj vanjskog magnetskog polja  $B_e$ :

$$B_e = B_0 + \lambda M \quad (8)$$

$B_e$  - vanjsko magnetsko polje

$B_0$  - magnetska indukcija kada je  $B = 0$

Kod feromagnetskih materijala, magnetska permeabilnost je puno veća od 1 (može iznositi čak i 10 000). Ovakvi materijali kao što su npr. željezo, nikal, kobalt, gadolinij i neke legure, zbog svojih izrazitih magnetskih svojstava, koji su takvi zbog nepopunjenih elektrona u višim energetske ljuskama te koji posjeduju snažne interakcije magnetskih momenata atoma. Dolazi do nastanka tzv. spontane magnetizacije. Ovdje je važno spomenuti Curievu temperaturu. To je temperatura koja je granična za feromagnetska svojstva materijala; iznad te temperature, doći će do gubitka feromagnetskih svojstava te će tvari postati paramagnetici.

Ispod Curieve temperature vrijede sljedeće relacije:

$$M = (Ng^2\mu_B^2J(J+1)/3k_B T)B_e = (C/\mu_0 T)B_e \quad (9)$$

$$M = C/\mu_0 T(B_0 + \lambda M) \quad (10)$$

M - magnetizacija

T - termodinamička temperatura

J - predstavlja integral izmjene, povezan je s pokrivanjem elektronskih oblaka

$k_B$  - Boltzmannova konstanta

C - predstavlja vrijednosti svih konstanti

N - broj atoma

G - ubrzanje sile teže

Sređivanjem izraza dobije se:

$$M = CB_0/\mu_0(T-T_c) \quad (11)$$

$$T_c = \mu C/\mu_0 \quad (12)$$

$$\chi = \mu_0 M/B_0 \quad (13)$$

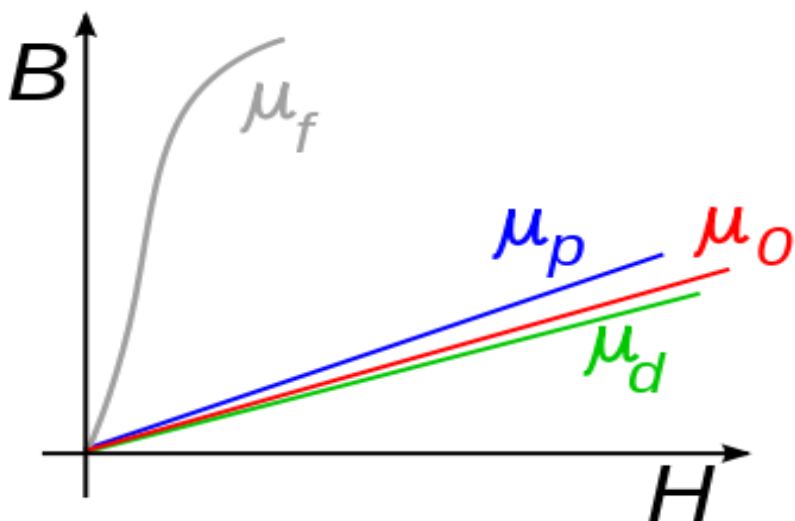
$$C/(T-T_c) \quad (14)$$

$T_c$  - označava Curievu temperatura

Posljednji izraz vrijedi i za paramagnetike ako je  $T > T_c$

Fe	1043 K
Co	1388 K
MnAs	318 K
MgOFe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	713 K
FeOFe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	858 K
Ni	631 K
CrO <sub>2</sub>	386 K
MnSb	587 K

**Tablica 1** - Curieva temperatura nekkih materijala



**Slika 1**- usporedba magnetske permeabilnosti paramagnetika, dijamagnetika i feromagnetika

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/04/Permeability\\_by\\_Zureks.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/04/Permeability_by_Zureks.svg)

Objašnjenje:

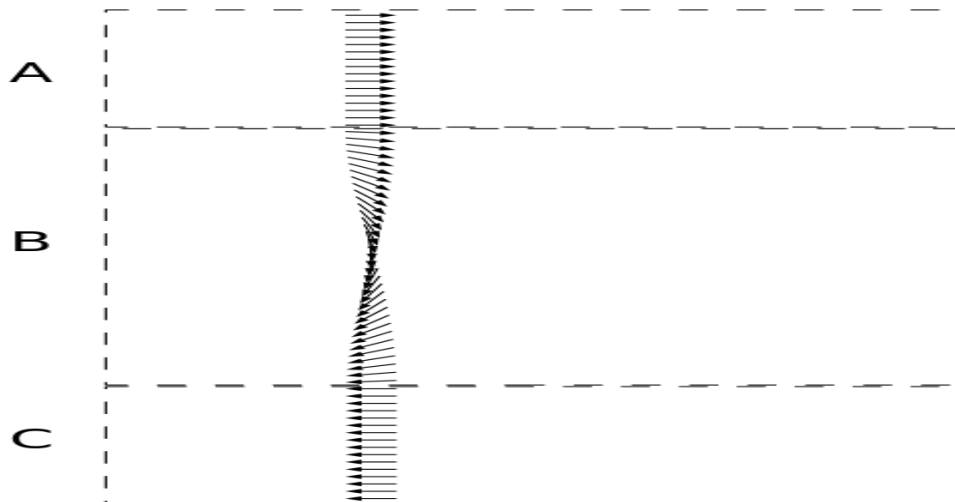
Gore prikazana slika prikazuje tzv. krivulju prvog magnetiziranja; materijal koji nije bio magnetiziran, prvi puta se stavi u magnetsko polje te se dobiju različite krivulje ovisno o kojoj vrsti magnetika se radi. Kod paramagnetskih i dijamagnetskih materijala vidimo da je odnos između magnetske indukcije i magnetskog polja linearan, dok kod feromagnetskih materijala to nije slučaj. Općenito, krivulja magnetiziranja pokazuje ovisnost magnetske indukcije o magnetskom polju. Naziva se još i B/H karakteristika.

## 2.2. MAGNETSKA DOMENA I DOMENSKI ZID

Magnetska domena predstavlja područje unutar magnetskog materijala u kojem je magnetizacija ravnomjerno usmjerena. To znači da se pojedinačni magnetski momenti atoma poravnaju jedan s drugim i pokazuju prema istom smjeru.

.Kod feromagnetskih materijala, na temperaturi ispod Curieove temperature, dolazi do spontane raspodjele magnetskih momenata u male regije, a te male regije su upravo magnetske domene. Unutar jedne domene magnetski momenti su jednako usmjereni, no u sljedećoj domeni momenti ne moraju biti usmjereni prema tom istom smjeru nego prema nekom drugom. To i je uvijek slučaj, jer dolazi do zakretanja magnetskih momenata što daje za posljedicu da i unutar domene nisu svi momenti jednako usmjereni, nego pod različitim kutovima. Struktura magnetskih domena kod feromagnetika je razlog njihove magnetizacije; stvaraju vlastito permanentno magnetsko poje. Unutar jedne domene može biti i do 150 više ili manje istosmjernih ili neistosmjernih magnetskih momenata. Dio koji odvaja jednu domenu od druge naziva se domenski zid, čija širina ovisi o dvije energije; anizotropnoj i energiji izmjene.

Razlikujemo dva tipa domenskih zidova: Blochov i Neelov zid. Osnovna razlika je ta što kod Blochovog zida dolazi do zakretanja magnetskih momenata unutar domene, dok kod Neelovog zida dolazi do zakretanja momenata tako da su oni u različitim domenama paralelni, ali suprotne orijentacije. Kod paramagnetika i dijamagnetika ne dolazi do spontanog poravnanja magnetskih momenata te zato oni nemaju magnetske domene!



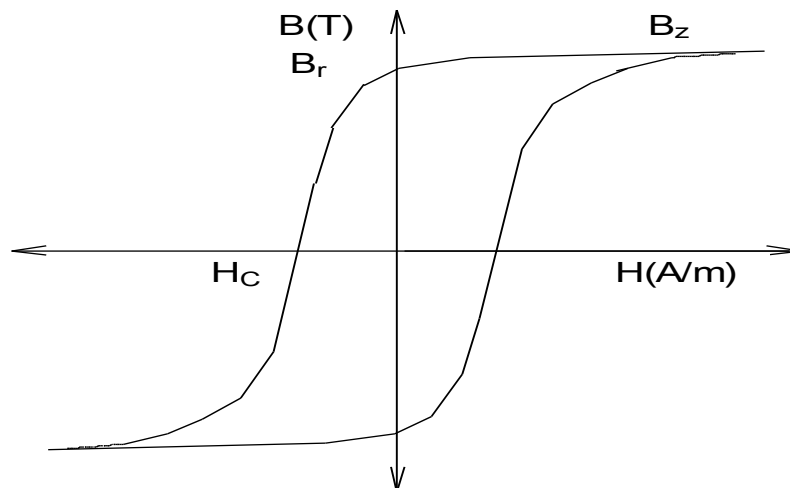
**Slika 2** – Blochov domenski zid

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d7/Domain\\_wall\\_vectors.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d7/Domain_wall_vectors.svg)

### 2.3. MAGNETSKA HISTEREZA

Magnetska histereza pokazuje da magnetska indukcija ne prati promjenu jakosti magnetskog polja. Moglo bi se kazati da ona „kasni“ za magnetskim poljem. Ovisi o feromagnetskim materijalima pa je tako manja kod mekog željeza kao što je npr. legura FeNi, a veća kod tvrdih željeza kao što je npr. ugljični čelik. Magnetiziranje i demagnetiziranje nisu reverzibilni. Kada bi neki materijal namagnetizirali do granice zasićenja pa ga demagnetizirali i proces ponovili u suprotnom smjeru - ne bi dobili jednaku krivulju. Također, kod magnetske histereze postoje i gubitci energije samog vanjskog magnetskog polja koji se manifestiraju na način da se ta energija pretvara u neki drugi oblik energije, najčešće u toplinu.





**Slika 3** - petlja histereze

[https://www.fer.hr/\\_download/repository/EMIT\\_M1.pdf](https://www.fer.hr/_download/repository/EMIT_M1.pdf)

$B_z$  - indukcija zasićenja; predstavlja gornju granicu do koje se materijal može namagnetizirati

$B_r$  - remanencija; predstavlja magnetsku indukciju koja je zaostala u materijalu nakon što vanjsko magnetsko polje prestane djelovati; ovisi o vrsti materijala na koje djeluje vanjsko magnetsko polje; može iznositi od 0,2-2 T (Tesla)

$H_c$  - koercitivna sila; predstavlja vrijednost jakosti polja suprotnog smjera koju je potrebno dostići da se materijal koji je prethodno magnetiziran do gornje granice zasićenja demagnetizira. Ovisno o njenom iznosu materijale možemo podijeliti na one koji imaju male koercitivne sile (obično veće od 0,3 A/m) - to su meki materijali te one koji imaju velike koercitivne sile (obično manje od 800 kA/m) - tvrdi materijali.

### 2.3.1. GUBITCI HISTEREZE

Gubitci histereze nastaju kao posljedica različitih magnetskih svojstava materijala, kao što su npr permeabilnost ili širina petlje histereze.

$$N_h = \eta f B_m^2 \quad (15)$$

Gdje su:

$N_h$  - gubitci histereze

$\eta$  - konstanta materijala

$f$  - frekvencija struje magnetiziranja

$B_m$  - maksimalna indukcija do koje se vrši magnetiziranje

### 2.3.2. TERMODINAMIČKI ODNOSI U MAGNETSKOM POLJU

Vrijede sljedeće relacije:

a) Slobodna energija:

$$dF = -SdT + \xi d\rho + HdB \quad (16)$$

$dF$  - promjena slobodne energije

$SdT$  – izmijenjena toplina

$HdB$  - doprinos magnetskog polja

b) Unutarnja energija:

$$dU = TdS + \xi d\rho + HdB \quad (17)$$

$dU$  – promjena unutarnje energije

c) Termodinamički potencijali:

$$U = U-HB \quad (18)$$

$$F = F-HB \quad (19)$$

## 2.4. MAXWELLOV TENZOR NAPREZANJA

Tenzor u matematici predstavlja određeni geometrijski oblik koji opisuje ovisnosti između vektora i skalara. Red tenzora predstavlja broj dimenzija koje predstavljaju taj red, odnosno broj indeksa potrebnih za označavanje komponenata koje ga čine. Tko je npr. linearna mapa matrica (dvodimenzijske osnove) pa je zato ona tenzor drugog reda. Tenzori su vrlo važni u fizici jer daju sažeti matematički okvir za formulaciju i rješavanje problema u područjima kao što je npr. naprezanje, jer naprezanje nije jednako u cijeloj strukturi tijela, a na određenim dijelovima može biti manje ili veće.

Kada se nabijena čestica u magnetskom polju giba u smjeru suprotnom od tog polja, na nju djeluje sila koja se naziva Lorentzova sila:

$$F = q(E + vB) \quad (20)$$

$q$  - naboj čestica

$E$  - jakost električnog polja

$B$  - jakost magnetskog polja

$v$  - brzina gibanja čestica

Kod složenijih slučajeva, gdje moramo uzeti u obzir različita magnetska polja, Lorentzova jednadžba ne može se primijeniti. Moramo primijeniti Maxwellov tenzor naprezanja (drugog reda). Budući da je naprezanje sila po jedinici područja u unutarnjoj površini, Maxwellov tenzor bazira se na integralu površine, a ne na volumenu kao što je to bio slučaj kod Lorentzove jednadžbe.

U elektromagnetskom polju tenzor energije-impulsa definiran je kao:

$$\sigma_{ij} = \epsilon_0 E_i E_j + 1/\mu_0 B_i B_j - 1/2(\epsilon_0 E^2 + 1/\mu_0 B^2)\delta_{ij} \quad (21)$$

$\sigma_{ij}$  - Maxwellov tenzor naprezanja drugog reda

$\epsilon_0, \mu_0$  - permeabilnost vakuuma

$E$  - jakost električnog polja

$B$  - jakost magnetskog polja

$\delta_{ij}$  - delta Kroneker

$$\text{U prisutnosti samo magnetskog polja vrijedi: } \sigma_{ij} = 1/\mu_0 B_i B_j - \mu_0 B^2 \delta_{ij}/2 \quad (22)$$

### 2.4.1. MAGNETOSTRIKCIJA

Magnetostrikcija označava pojavu promjene u magnetizaciji feromagneta koji se nalaze u vanjskom magnetskom polju; dolazi do deformacije feromagneta. Može nastati kao posljedica relativnog međudjelovanja čestica u samom materijalu ili biti uzrokovana promjenama energije izmjene. Budući da energija izmjene ovisi samo o vrijednosti  $M$  magnetizacije, njena vrijednost se mijenja samo onda ako dolazi do mijenjanja magnetskog polja. Budući da je potonja promjena vrlo mala, energija izmjene je velika u odnosu na anizotropnu energiju. Sam pojam anizotropija označava osobinu nekih tijela da u raznim smjerovima imaju različita fizikalna svojstva. Kod jednoosnih feromagneta promjena magnetizacije  $M$  javlja se u poljima u kojima je  $H \sim \beta M$  ili  $H \sim M$ . Ako su te dvije vrijednosti jednake, znači da su značajni i energija izmjene i međudjelovanje čestica. Kod feromagneta koji se sastoje od kubičnih kristala u svojoj strukturi situacija je različita jer je ovdje anizotropna energija vrlo mala. Značajna magnetostrikcija zbog promjene smjera  $M$  pojavljuje se čak i u slabim magnetskim poljima. Promjena u energijama interakcije kod deformabilnih tijela opisana je uključivanjem termodinamičkog potencijala  $\phi$  magnetoelastičnih uvjeta koji ovise o komponenti koja se naziva tenzor naprezanja  $\sigma_{ik}$  te smjera vektora  $M$ . Općenito, kao što je rečeno u prijašnjem poglavlju, tenzor je poopćenje skalara i vektora. Sastoji se od više vektorskih vrijednosti, za razliku od skalara, odnosno broja indeksa potrebnih da se odredi jednoznačno na koju se skalarnu vrijednost misli. Magnetoelastična energija dana je izrazom:

$$U_{m-el} = -\alpha_{iklm}\sigma_{ik}m_l m_m \quad (23)$$

$U_{m-el}$  - magnetoelastična energija

$\sigma_{ik}$  - Maxwellov tenzor drugog reda

$m_l, m_m$  - magnetizacija različitih kvantnih nivoa

$\alpha_{iklm}$  - bezdimenzijski tenzor četvrtog reda

Zbog prethodno navedene azinotropije, moramo uzeti u obzir da  $m$  nije jednak u svim smjerovima odnosno, moramo ga pisati kao  $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2$ . To također ima za posljedicu da se i magnetoelastična energija piše kao:

$$U_{m-el} = -\alpha_1(\sigma_{xx}m_x^2 + \sigma_{yy}m_y^2 + \sigma_{zz}m_z^2) - 2\alpha_2(\sigma_{xy}m_x m_y + \sigma_{xz}m_x m_z + \sigma_{yz}m_y m_z) \quad (24)$$

Tenzor naprezanja dobiven je diferenciranjem  $\phi$  uz poštivanje uvjeta da je  $\sigma_{ik}:u_{ik} = -\partial\phi/\partial\sigma_{ik}$ , gdje  $\phi$  uključuje i običnu elastičnu energiju. Uzimajući u obzir navedene pretpostavke, za feromagnete kubične strukture vrijedi:

$$U_{el} = \mu_1(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2)/2 + \mu_2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})^2/2 + \mu_3(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2) \quad (25)$$

Kod magnetostricije jakih magnetskih polja ( $H \gg M$ ) zanemariv je utjecaj anizotropne energije pa simetrija kristala nije važna. U tom slučaju, formula koja vrijedi za sve feromagnete i koja definira njihov termodinamički potencijal, glasi:

$$\phi = -M\chi \quad (26)$$

$$M = -MV\chi \quad (27)$$

$M=MV$ - ukupni magnetski moment tijela magnetiziranog u smjeru vanjskog magnetskog polja

$M$  - magnetizacija

$V$  - volumen

$\chi$  - označava vanjsko magnetsko polje

U tom slučaju tenzor deformacije jednak je:

$$u_{ik} = \chi/V(\partial(MV)/\partial\sigma_{ik}) \quad (28)$$

To nam pokazuje da je deformacija određena utjecajem magnetizacije na unutarnju napetost.

Ako nas zanima samo kolika je infinitezimalna promjena volumena odnosno  $\delta V$  u odnosu na ukupni volumen, to možemo dobiti tako da diferenciramo  $\phi$  uzimajući u obzir i tlak:

$$\delta V = \partial\chi/\partial P \quad (29)$$

$P$  - jednoliki tlak koji djeluje na površinu tijela

## 2.5. ANIZOTROPIJA

Anizotropija je ovisnost magnetskih svojstava nekog feromagnetskog materijala o smjeru djelovanja magnetskog polja na njegovu os. Posljedica je slabih međusobnih interakcija između atoma. Anizotropija se još opisuje i kao energija (magnetska anizotropna energija) koja se dodaje termodinamičkom potencijalu, ona ovisi o smjeru magnetizacije i razlikuje se ovisno o strukturi kristalne rešetke. Tako npr. ona kod jednoaksijalnih kristala iznosi:

$$U_{\text{aniso}} = K(m_x^2 + m_y^2) \quad (30)$$

dok kod heksagonalnih kristala odnosno kristalnih rešetki iznosi:

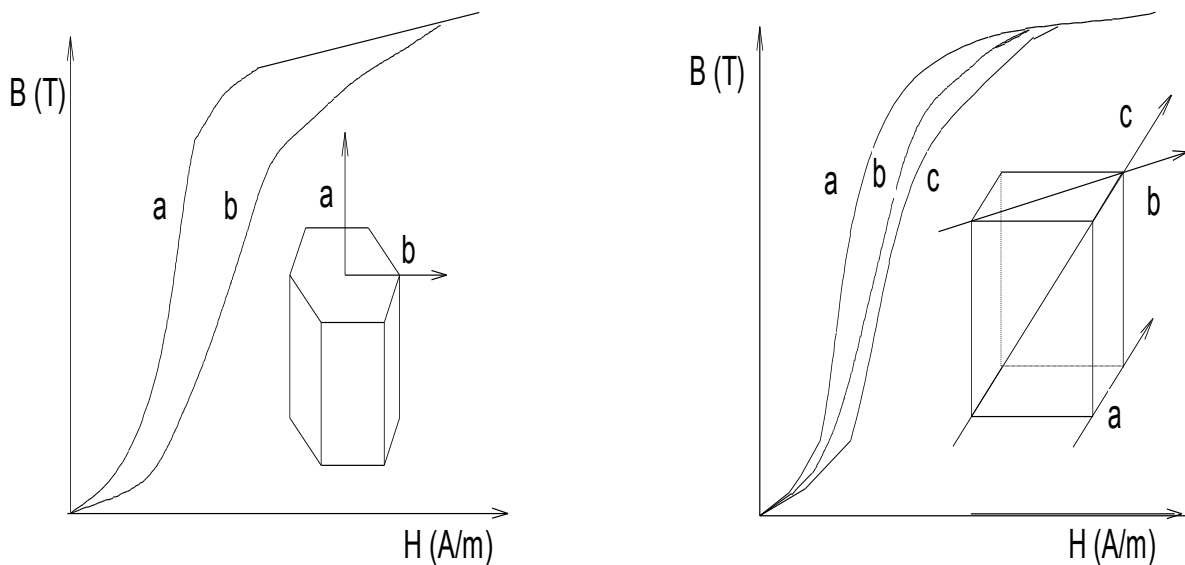
$$U_{\text{aniso}} = K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta \quad (31)$$

Gdje su:

$U_{\text{aniso}}$  – anizotropna energija

$K$  – simetrični tenzor

$m_x$  i  $m_y$  – predstavljaju smjerove magnetizacije u smjeru osi  $x$  i  $y$



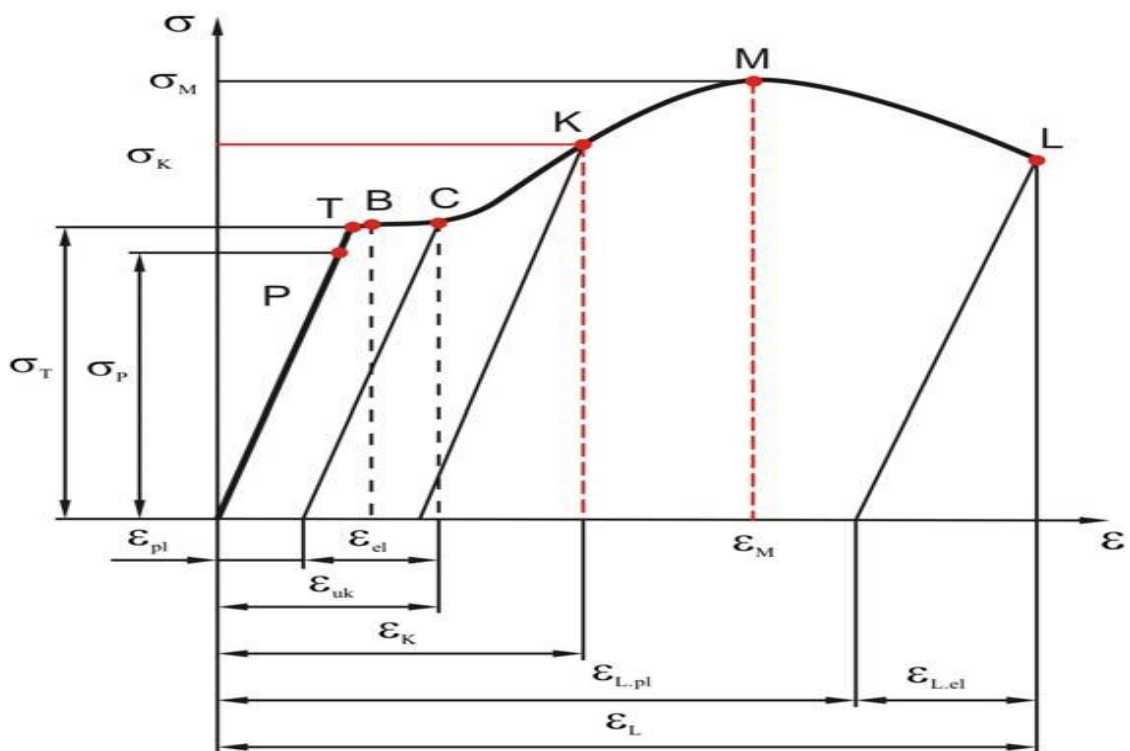
**Slike 4 i 5** - prikazi magnetskih anizotropija za kobalt (lijevo) i željezo (desno)

[https://www.fer.hr/download/repository/EMIT\\_M1.pdf](https://www.fer.hr/download/repository/EMIT_M1.pdf)

Vidljivo je da kobalt ima dva karakteristična smjera magnetiziranja, a željezo tri.

## 2.6.RASTEZANJE I SABIJANJE MATERIJALA

Pod djelovanjem neke vanjske sile na materijal, može doći do rastezanja materijala ili do njegovog sabijanja. Objašnjenje tih pojava vidljivo je te opisano iz dijagrama rastezanja.



**Slika 6** - dijagram rastezanja

[https://www.fsb.unizg.hr/lnm/files/pdf/tpiv/Teorija\\_plasticnosti\\_i\\_viskoelasticnosti.pdf](https://www.fsb.unizg.hr/lnm/files/pdf/tpiv/Teorija_plasticnosti_i_viskoelasticnosti.pdf)

Pravac koji počinje iz ishodišta do točke P naziva se Hookeov pravac te za njega i vrijedi Hookeov zakon (4). Što će veće biti naprezanje, strmiji će biti pravac. U tom području dolazi do elastične deformacije pri djelovanju sile, dok nakon prestanka djelovanja sile, deformacija iščezava.

Odnos između naprezanja i deformacije je linearan. To područje, naziva se još područje elastičnosti, jer se tvar nakon deformacije može vratiti u prvobitni položaj. Granica tečenja (točka T) predstavlja naprezanje kod kojeg se epruveta počinje produljivati bez povećanja naprezanja. Granicu tečenja karakteriziraju dvije točke (na slici točke B i C).

Točka M predstavlja naprezanje pri maksimalnoj sili, naziva se vlačna ili rastezna čvrstoća. To nije maksimalno naprezanje, već naprezanje pri maksimalnoj sili.

Područje od točke M do točke L, naziva se područje loma, jer u točki L dolazi do loma materijala.



### 3. EKSPERIMENTALNI DIO

U eksperimentalnom dijelu, analizirat ću dva eksperimenta. Prvi, kojeg su radili Z. Kaczkowski, L. Majkinski i M. Muller, te drugi koji su radili G. I. Kataev, A. F. Popkov i V. V. Shubin.

Opis prvog eksperimenta:

Željezom bogati Fe-Si-B-Cu-Nb može se koristiti za izradu nanokristalnih legura tako da ga se pravilno žari. Magnetostrikcija takvih legura u amorfnom stanju iznosi od  $(20-23) \cdot 10^{-6}$ . Ispitivao se Youngov modul  $Fe_{73.5}Si_{16.5}B_6Cu_1Nb_3$  pri konstantnom magnetskom polju ( $E_H$ ) te pri konstantnoj magnetskoj indukciji ( $E_B$ ) u odnosu na magnetsko polje ( $H$ ). Cilj eksperimenta bio je pokazati kakav je utjecaj vremena žarenja i temperature na promjenu modula elastičnosti u magnetskom polju nakon uzastopnog žarenja.

Napravljeni su uzorci u obliku listića duljine 50 mm, širine 4 mm i debljine  $15 \mu m$ . Moduli elastičnosti  $E_H$  i  $E_B$  mjereni su korištenjem rezonantne-antirezonantne metode i izračunati iz sljedeće formule:

$$E_H \sim 4l^2 f_r^2 \rho \quad (32)$$

$$E_B \sim 4l^2 f_a^2 \rho \quad (33)$$

Gdje su:

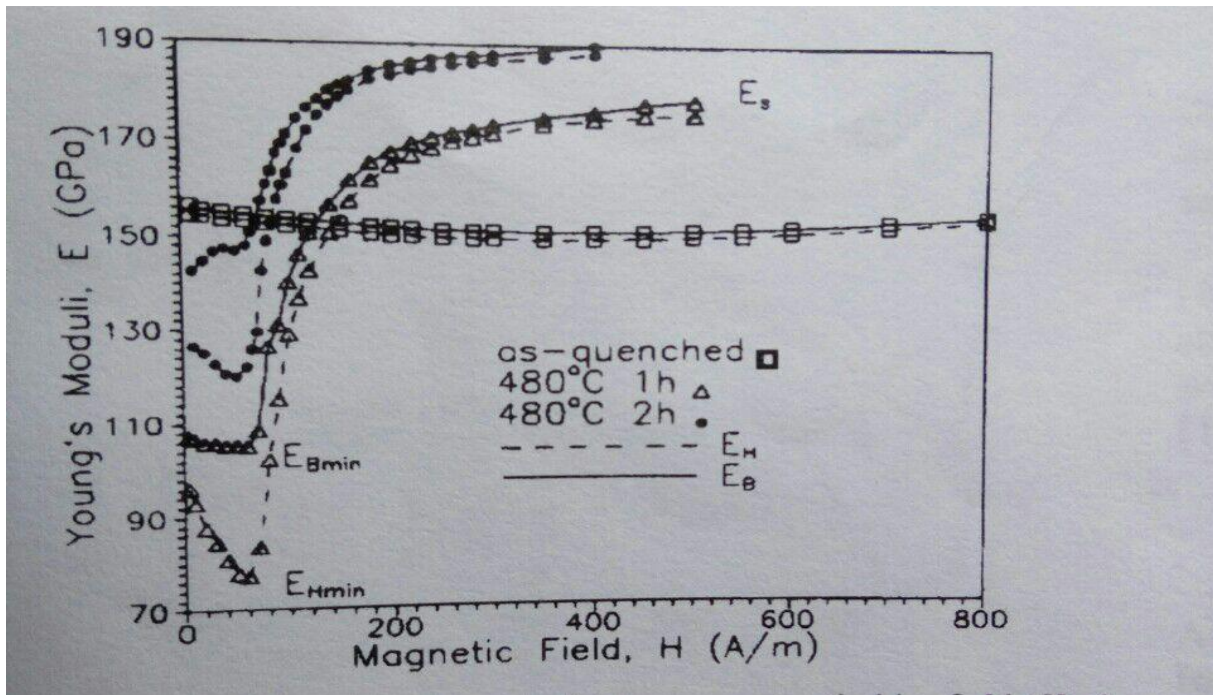
$l (\pi/2)$  – duljina polovice rezonantnog vala i iznosi 50 mm

$\rho$  – gustoća; iznosi  $7,2 \text{ mg/m}^3$

$f_r$  i  $f_a$  – rezonantna i antirezonantna frekvencija

Amplituda magnetskog polja iznosila je  $1 \text{ A/m}$  dok se frekvencija longitudinalnih vibrirajućih uzoraka mijenjala od 32-53 kHz.

Jednosatno i dvosatno žarenje provodili su se u magnetskom polju jakosti  $H = 400 \text{ kA/m}$  pri temperaturama od  $300-500 \text{ }^\circ\text{C}$  s korakom od  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Svaki uzorak se dva puta žario; prvi puta 1 sat, a drugi puta dva sata iz razloga koji smo prije napomenuli jer smo pratili i utjecaj vremena žarenja. Mjerenja su provedena nakon žarenja te nakon nekog vremena koje je bilo potrebno da se dođe do ugašenog stanja odnosno relaksiranog stanja kada predmeti više nisu bili užareni.



**Slika 7** - usporedba modula elastičnosti ( $E_H$  i  $E_B$ ) nakon 1 i 2 sata žarenja pri istoj temperaturi od  $480^\circ\text{C}$  u magnetskom polju ( $H$ )

Zbigniew Kaczkowski, Leszek Malkinski and Manfred Muller-Young's Modulus Dependence on Magnetic Bias Field in  $\text{Fe}_{73.5}\text{Si}_{16.5}\text{B}_6\text{Cu}_1\text{Nb}_3$  Alloy After Successive Annealings

Nakon žarenja u magnetskom polju, minimalne vrijednosti  $E_H$ , smanjile su se na 70-75 GPa. Nakon prvog žarenja koje je trajalo 1 sat, maksimalna vrijednost  $E_H$  u blizini magnetskog zasićenja na temperaturi  $500^\circ\text{C}$  iznosila je 190 GPa, dok je nakon drugog žarenja koje je trajalo 2 sata također na temperaturi od  $500^\circ\text{C}$  maksimalna vrijednost iznosila 200 GPa. Nakon žarenja, vrijednosti magnetskog polja su se smanjile i iznosile su između 50-200 A/m.

Značajna poboljšanja magnetskih svojstava su uočena nakon što je došlo do prekoračenja Curieove temperature ( $320^\circ\text{C}$ ) i to sve do  $480^\circ\text{C}$ . Promjena modula elastičnosti bila je 5-10 puta veća nego li je to bio slučaj ispod Curieove temperature. U demagnetiziranom stanju ( $B=0$ ) i pri magnetskom zasićenju ( $B=B_s$ ) moduli  $E_H$  i  $E_B$  su jednaki. Kada se svi vektori paralelno poslože i uz magnetsko zasićenje, tada vrijedi Hookeov zakon te moduli elastičnosti poprimaju konstantne vrijednosti.

Zaključak prvog eksperimenta:

Značajna poboljšanja magnetskih svojstava uočena kod povećanja temperature žarenja od 420-480°C, ako je žarenje trajalo dva sata. Pri tim temperaturama dolazi do naglog rasta modula elastičnosti. Ista je situacija i kod žarenja koje traje 1 sat samo je različita temperatura kod koje dolazi do maksimalnog rasta, u tom slučaju iznosit će 440°C. Pri temperaturi od 500°C dolazi do naglog pada magnetskih svojstava što je posljedica smanjivanja magnetostrikcije. Pri toj temperaturi modul elastičnosti poprima najveću vrijednost!

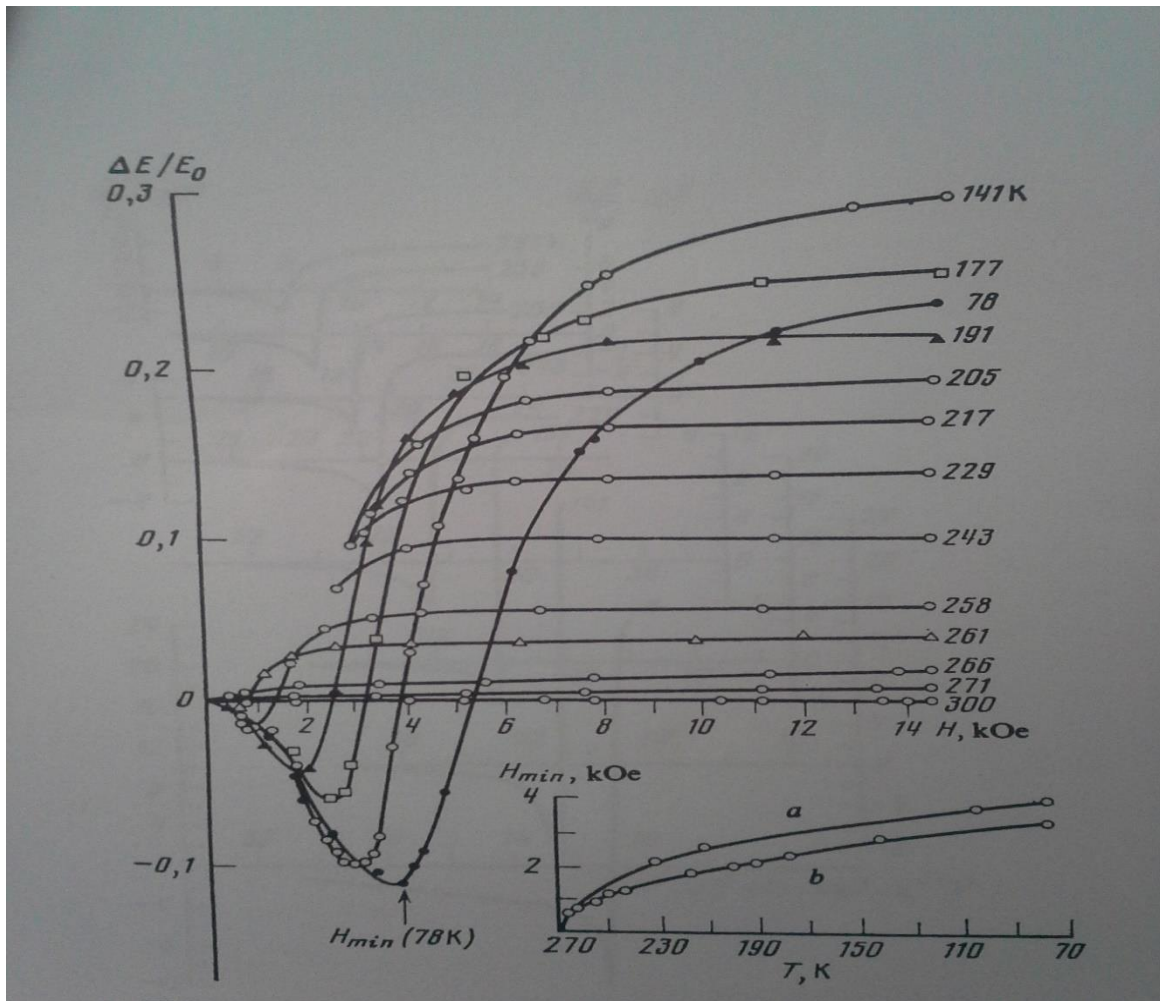
Objašnjenje drugog eksperimenta:

Koristili su metodu vibracijskog savijanja, frekvencija je bila približno 1 kHz za mjerenje Youngova modula elastičnosti  $E = s_{11}^{-1}$  ( $s_{11}$  predstavlja elastičnu konstantu usklađenosti) duž a i b osi u bazalnoj ravnini, heksagonalnog feromagnetskog kristala (s jednostavnom ravninskom anizotropijom). Mjerenja su vršena u magnetskom polju vrijednosti i do 14,6 kOe i pri temperaturama od 78-320 K. Promatrani su negativni (do 12 %) i pozitivni (do 33 %) učinci promjene Youngova modula u magnetskom polju ( $\Delta E$ ). Dobili su petlju histereze iz koje je određen utjecaj unutarnjeg trenja magnetskog polja. Eksperimentalne rezultate usporedili su s teorijskim izračunima ovisnosti Youngova modula o magnetskom polju. Rezultati su se uspoređivali korištenjem dva modela:

- 1) Premještanjem zidova domena pod utjecajem elastičnog stresa i magnetskog polja u odsutnosti rotacije momenata unutar domena.
- 2) Promjenom ravnotežnog smjera magnetizacije pod utjecajem istih faktora ali u slučaju potpunog zapinjanja zidova domena.

Oba modela predviđala su negativan učinak  $\Delta E$  unutar zadanih specifičnih uvjeta.

Ispod Curieove temperature (269 K) prisutna je jaka feromagnetska anomalija Youngova modula; modul E se smanjivao - na slici te vrijednosti prikazane su kao  $E_p$ , dobivene su ekstrapolacijom za različite temperature (i one ispod i one iznad Curieove temperature). Zašto kažemo anomalija; iz jednostavnog razloga jer se očekuje da nakon Curieove temperature Youngov modul počne opadati, što vidimo nije slučaj na slici. Došlo je do različitih uvijanja pri različitim jakostima magnetskog polja i pri različitim vrijednostima unutarnjeg trenja što je jasan pokazatelj da sva tri čimbenika imaju značajan utjecaj na promjenu Youngova modula.



**Slika 8** – utjecaj magnetskog polja na modul elastičnosti  $\Delta E$  pri različitim temperaturama

G.I.Kataev, A.F.Popkov, V.G.Shavrov, and, V.V.Shubin-Influence of a magnetic field on the Young modulus of a hexagonal ferromagnet with easy-plane anisotropy ( $Tb_{0,4}Gd_{0,6}$  single crystal)

$\Delta E = (E_H - E_0)/E_0$ ; gdje  $E_0$  predstavlja Youngov modul u demagnetiziranom stanju, a  $E_H$  je isti Youngov modul samo u magnetskom polju određene jakosti. Pri temperaturi od 141 K, pozitivan efekt je dostigao svoju maksimalnu pozitivnu vrijednost (29 %) pri jakosti polja od 14,6 kOe, dok je pri temperaturi od 78 K dosegnuo svoju minimalnu negativnu vrijednost (11 %).

Napomenimo na kraju kako se eksperimentalni rezultati slažu s teorijskim odnosno rezultati dobiveni preko dva modela spomenuta na početku odgovaraju eksperimentalno dobivenim vrijednostima.

Zaključak drugog eksperimenta:

Na promjenu Youngova modula elastičnosti kod heksagonalnog kristala  $Tb_{0,4}Gd_{0,6}$ , tri stvari imaju utjecaj od čega je najznačajniji ima jakost magnetskog polja. To su jakost magnetskog polja, temperatura i magnetizacija. Najveće promjene modula elastičnosti dogoditi će se pri većim vrijednostima jakosti magnetskog polja te pri nižim vrijednostima specifične magnetizacije koja ovisi o temperaturi. Što je viša temperatura, to je manja magnetizacija!

Utjecaj magnetskog polja na modul elastičnosti nekih krutina najznačajniji je kod feromagneta, ponajviše zbog njihove strukture. Feromagnetni se ne ponašaju svi jednako u magnetskom polju što je posljedica simetrije i strukture njihovih kristala, tako da za svaku određenu strukturu kristala feromagneta vrijede posebne relacije i jednadžbe. Njihovo ponašanje u magnetskom polju također ovisi o tome da li je magnetsko polje veće ili manje jakosti. Kod slabih polja treba uzeti u obzir i anizotropnu energiju, koja je direktno povezana sa simetrijom kristala, dok se kod jakih polja anizotropija može zanemariti, a samim time i simetrija kristala. Jedan od faktora koji je isto važan i koji treba uzeti u obzir je termodinamička temperatura, jer ponašanje materijala u magnetskom polju nije jednako za sve temperature. Općenito vrijedi odnos da što je viša temperatura, manja je magnetizacija.

Na slici 7 vidimo karakterističnu pojavu minimuma Youngova modula elastičnosti u ovisnosti o jakosti magnetskog polja, a pojavljivanje tog minimuma ovisi o duljini trajanja žarenja na temperaturama do  $480^{\circ}C$ . Karakteristični parabolni oblik minimuma, u njegovoj neposrednoj blizini ilustrira kvadratično vezanje tenzora naprežanja i magnetizacije u izrazu za slobodnu energiju danu jednadžbom (24).

Što se tiče ovisnosti o temperaturi, promjena Youngova modula elastičnosti u odnosu na njegovu vrijednost za jakost magnetskog polja  $H=0$ , možemo reći da je pri svakoj promatranoj temperaturi je također prisutan karakterističan minimum, što također svjedoči o ispravnosti opisa međudjelovanja između naprežanja i magnetskog polja danog jednadžbom (24). Slika 8. prikazuje drukčiji pogled na istu pojavu. Kako temperatura raste, minimum postaje sve plići, dok ne iščezne.

#### 4. POPIS SIMBOLA

H-magnetsko polje	$\phi$ -termodinamički potencijal
B-magnetska indukcija	$U_{m-el}, U_{el}$ -magnetoelastična energija
E-Youngov modul elastičnosti	$\sigma_{ik}$ -elastični tenzor stresa
$\sigma$ -naprezanje	$\chi$ -vanjsko magnetsko polje
$\varepsilon$ -deformacija	$\delta V$ -infinitesimalna promjena volumena
$\mu$ -magnetska permeabilnost	P-tlak
$\chi$ -magnetska susceptibilnost	$U_{\text{aniso}}$ -anizotropna energija
M-magnetizacija	K-simetrični tenzor
$B_i$ -indukcija unutarnjeg magnetskog polja	$m_x, m_y$ -smjerovi magnetizacije
$B_e$ -indukcija vanjskog magnetskog polja	$E_H$ -Youngov modul pri konstantnom polju
$\mu_0$ -permeabilnost vakuuma	$E_B$ -Youngov modul pri konst. indukciji
$\lambda$ -konstanta proporcionalnosti	$\rho$ -gustoća
$k_B$ -Boltzmannova konstanta	$f_r, f_a$ -rezonantna i antirez. frekvencija
T-termodinamička temperatura	$\Delta E$ -promjena Y. modula u magn. polju
$T_C$ -Curieva termodinamička temperatura	dU-promjena unutarnje energije
J-integral izmjene	
$B_Z$ - indukcija	
$B_r$ - remanencija	
$H_c$ - koercitivna sila	
$N_h$ - gubitci histereze	
$\eta$ - konstanta materijala	
f- frekvencija struje magnetiziranja	
$B_m$ - maksimalna indukcija magnetiziranja	
dF-promjena slobodne energije	

#### 4.1. POPIS SLIKA I TABLICA

**Slika 1** - usporedba magnetske permeabilnosti paramagnetika, dijamagnetika i feromagnetika

**Slika 2** – Blochov zid domene

**Slika 3** - petlja histereze

**Slike 4 i 5** - prikazi magnetskih anizotropija za kobalt i željezo

**Slika 6** - dijagram rastezanja

**Slika 7** - usporedba modula elastičnosti ( $E_H$  i  $E_B$ ) nakon 1 i 2 sata žarenja pri istoj temperaturi od  $480^\circ\text{C}$  u magnetskom polju (H)

**Slika 8** – utjecaj magnetskog polja na modul elastičnosti  $\Delta E$  pri različitim temperaturama

**Tablica 1** - Curieva temperatura nekih materijala

## 5. LITERATURA

L.D.Landau,E.M.Lifshitz,L.P.Pitaevskii-Electrodynamics of Continuous Media,2nd edition;

Translated by J.B.Sykes,J.S.Bell and M.J.Kearsley

H.P.Myers-Introductory Solid State Physics,second edition

C.Kittel-Introduction to Solid State Physics,5th edition

G.I.Kataev,A.F.Popkov,V.G.Shavrov,and,V.V.Shubin-Influence of a magnetic field on the Young modulus of a hexagonal ferromagnet with easy-plane anisotropy ( $Tb_{0,4}Gd_{0,6}$  single crystal)

Zbigniew Kaczkowski,Leszek Malkinski and Manfred Muller-Young's Modulus Dependence on Magnetic Bias Field in  $Fe_{73,5}Si_{16,5}B_6Cu_1Nb_3$  Alloy After Successive Annealings

[https://www.fer.hr/download/repository/EMIT\\_M1.pdf](https://www.fer.hr/download/repository/EMIT_M1.pdf)

[https://www.fsb.unizg.hr/lm/files/pdf/tpiv/Teorija\\_plasticnosti\\_i\\_viskoelasticnosti.pdf](https://www.fsb.unizg.hr/lm/files/pdf/tpiv/Teorija_plasticnosti_i_viskoelasticnosti.pdf)



## ŽIVOTOPIS:

Ime i prezime: Dario Tomić



Završeno obrazovanje: osnovna i srednja škola

Vještine i kompetencije: razumijevanje engleskog jezika, njemačkog također ali slabije, poznajem rad na računala, korištenje worda i excela te osnovno poznavanje programa za programiranje matlab.