

# Izrada i baždarenje aprature za određivanje modula elastičnosti materijala

---

**Bratanović, Ivan**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Chemical Engineering and Technology / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:149:097135>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-18**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Chemical Engineering and Technology University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET KEMIJSKOG INŽENJERSTVA I TEHNOLOGIJE**  
**SVEUČILIŠNI PREDDIPLOMSKI STUDIJ**

**Ivan Bratanović**

**ZAVRŠNI RAD**

**Zagreb, rujan 2015.**

**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**  
**FAKULTET KEMIJSKOG INŽENJERSTVA I TEHNOLOGIJE**  
**SVEUČILIŠNI PREDDIPLOMSKI STUDIJ**

**Ivan Bratanović**

**IZRADA I BAŽDARENJE APARATURE ZA ODREĐIVANJE**  
**MODULA ELASTIČNOSTI MATERIJALA**  
**ZAVRŠNI RAD**

**Voditelj rada: izv. prof. dr. sc. Juraj Šipušić**

**Članovi ispitnog povjerenstva:**

**izv. prof. dr. sc. Juraj Šipušić**

**izv. prof. dr. sc. Vladimir Dananić**

**dr.sc. Domagoj Vrsaljko, doc.**

**Zagreb, rujan 2015.**

## SAŽETAK

Cilj ovog rada je razvoj aparature za mjerenje Youngovog modula elastičnosti i modula smicanja homogenih izotropnih materijala na osnovi izmjerene vlastite frekvencije titranja. Eksperimentalni dio rada pokazao je da postupak prema ASTM normi C1259 omogućuje vrlo jednostavno određivanje Youngovog modula elastičnosti, dok je određivanje modula smicanja puno zahtjevnije. Kao senzor titraja uporabljen je fotooptički element TCST1230 uz osciloskop TIEPIE HS3, te je titranje uzorka prevedeno u vremenski ovisan naponski signal koji je pohranjen na računalu. Naponski signal odnosno titranje uzorka uspješno je opisano modelom prigušenog harmonijskog oscilatora, te je određena frekvencija vlastitih titraja uzorka. Izmjereni modul elastičnosti silikatnog stakla debljine od 3 do 10 mm iznosi od 60.7 do 67.4 GPa što se odlično slaže s literaturnim podacima. Modul smicanja nije uspješno određen zato jer se pokazalo da su za mjerenje potrebni vrlo mali uzorci (manji od 40 mm), a njihova je amplituda titranja vrlo mala, dok je frekvencija titranja vrlo velika. Daljnji rad potrebno je usmjeriti na određivanje modula smicanja.

**Ključne riječi:** Rezonantna frekvencija, Youngov modul elastičnosti, modul smicanja, Poissonov koeficijent

## **ABSTRACT**

This work aim to develop apparatus for Young modulus and shear modulus determination, according to ASTM C1259. It is applicable to the homogeneous and isotropic samples of simple geometry, like plate, bar, cylinder, and disc, whose resonant frequency is extracted from time dependence of voltage from TCST 1230 photo optical transmission sensor. Sample vibration follows simple model of attenuated harmonic oscillator. Young modulus of float glass of 3-10 mm thickness falls in the range of 60.7-67.4 GPa, in accordance with literature data. Shear modulus has not been determined due to the small size of the sample needed. The current experiment setup is not suited to the determination of small high frequency oscillations of these samples. Future work should concentrate to the improvement of sensor as critical component for successful shear modulus determination.

**Keywords:** Resonant frequency, Young's modulus, shear modulus, Poisson ratio

# SADRŽAJ

UVOD .....	1
<b>1. MEHANIČKA SVOJSTVA MATERIJALA .....</b>	<b>2</b>
1.1 POISSONOV OMJER .....	6
1.2 MODUL SMICANJA .....	6
1.3 MODUL ELASTIČNOSTI.....	7
1.4 ODNOS IZMEĐU ELASTIČNIH KONSTANTI.....	9
<b>2. METODE MJERENJA MODULA ELASTIČNOSTI .....</b>	<b>10</b>
2.1 METODE SA RAZARANJEM UZORKA .....	10
2.1 METODE BEZ RAZARANJA UZORKA .....	12
<b>3. EKSPERIMENTALNI DIO.....</b>	<b>16</b>
3.1 PRIMJENJIVOST METODE .....	16
3.2 APARATURA .....	18
3.3 PRIPREMA UZORKA .....	20
3.4 OPIS RADA .....	21
3.5 OBRADA PODATAKA.....	22
3.6 OSTALA ISPITIVANJA.....	23
<b>4. REZULTATI .....</b>	<b>24</b>
4.1 PRIKAZ REZULTATA MJERENJA .....	24
4.2 OBRADA REZULTATA MJERENJA .....	25
<b>5. RASPRAVA.....</b>	<b>31</b>
<b>6. ZAKLJUČAK.....</b>	<b>33</b>
POPIS SIMBOLA .....	34
LITERATURA.....	36
ŽIVOTOPIS .....	38

## **Zahvala**

*Zahvaljujem svom mentoru prof. dr. sc. Juri Šipušiću na stručnoj pomoći pri izradi ovog završnog rada.*

*Zahvaljujem se svojim prijateljima koji su mi olakšali studiranje.*

*Posebno se zahvaljujem svojim roditeljima koji su mi omogućili studiranje, hrabрили me i uvijek podržavali.*

# UVOD

U svakodnevnoj inženjerskoj praksi i u znanstveno-istraživačkom radu javlja se potreba za što točnijom karakterizacijom svojstava materijala i proizvoda. Mehanička svojstva materijala i novih kompozita su temeljna svojstva koja određuju moguću primjenu materijala i potrebna su za dimenzioniranje strojnih elemenata. Kvalitativno poznavanje svojstava materijala nije više dovoljno za razvoj novih materijala jer je za dublje razumijevanje svojstava materijala potrebno povezati strukturu i svojstva materijala. Budući da su kristali zbog svoje strukture anizotropni (imaju različita svojstva u različitim smjerovima), za potpuni opis njihovih elastičnih svojstava potrebno je uporabiti tenzore, a broj elemenata tenzora vrlo brzo raste kako se smanjuje simetrija kristalne rešetke. Stanje naprezanja u točki materijala također je tenzorska veličina. Ipak, veliki broj materijala u praksi, zbog polikristalne neorijentirane strukture ili zbog amorfne strukture moguće je aproksimirati kao homogene izotropne materijale. Tada je za karakterizaciju njihovih elastičnih svojstava (Youngovog modula elastičnosti, modula smicanja, modula kompresibilnosti i Poissonovog omjera) dovoljno eksperimentalno odrediti samo dvije veličine, a preostale dvije se izračunaju.

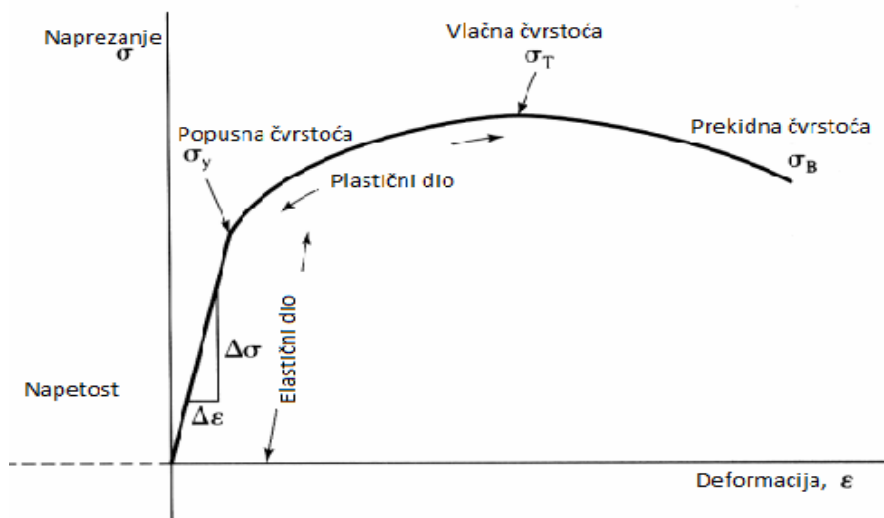
Elastična svojstva materijala moguće je odrediti statičkim ili dinamičkim pokusom, na temelju prostiranja ultrazvuka kroz uzorak ili na temelju vlastite rezonantne frekvencije. Upravo je metoda mjerenja vlastite rezonantne frekvencije određene jednostavne geometrije uzorka ispitivanog materijala predmet ovog rada. Ova metoda se još ne koristi u laboratorijima Fakulteta kemijskog inženjerstva i tehnologije, te je ovo prvi korak prema njenoj široj primjeni, ponajviše zbog toga što ne oštećuje pripravljene uzorke koje je stoga nakon određivanja elastičnih svojstava moguće dalje ispitivati drugim metodama, uključujući i metode s razaranjem uzorka.



# 1. MEHANIČKA SVOJSTVA MATERIJALA

Mehanička svojstva materijala su oduvijek na neki način više nego ostala svojstva vezana za svakodnevni život, te nije čudno da su se proučavala više nego druga. Prvi fenomenološki zakon (Hookeov zakon; R. Hook, 1678.g.) definiran je upravo u području mehaničkih svojstava materijala. Uslijed toga se o mehaničkim svojstvima znalo mnogo više nego o ostalim svojstvima, znalo se praktički sve o mehaničkom ponašanju nekog materijala, ali zašto su se tako materijali ponašali, kako su se ponašali, bilo je potpuno neobjašnjivo sve do sredine tridesetih godina prošlog stoljeća. Materijali boljih mehaničkih svojstava dobivali su se isključivo na temelju mnogobrojnih pokusa (posebno slitine; znalo se da se čeliku žarenjem ili kovanjem mijenjaju mehanička svojstva, no to se nije znalo objasniti). Stalna je potraga za sve čvršćim i lakšim materijalima.<sup>(2)</sup>

Materijale možemo opisati krivuljom naprezanje-deformacija.<sup>(1)</sup>



Slika 1.a) Grafički prikaz ovisnosti naprezanje-deformacija<sup>(14)</sup>

Naprezanje je fizička veličina koja se označava grčkim slovom  $\sigma$  i definira se kao omjer sile,  $F / N$ , i površine,  $S / m^2$ , na koju ta sila djeluje (a):

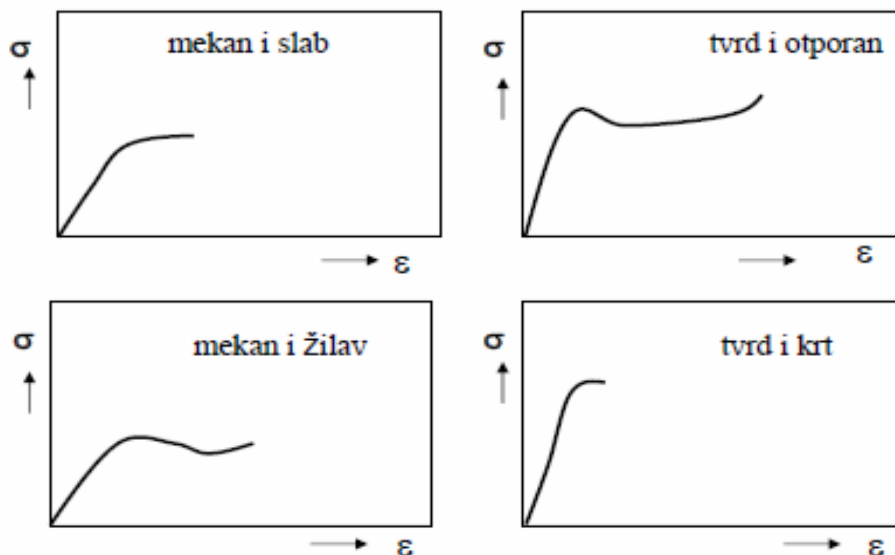
$$\sigma = F/S \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (\text{a})$$

Deformacija,  $\varepsilon$  / %, čvrstog tijela opisuje promjenu dimenzije i volumena tijela, te je obično praćena promjenom oblika tijela (b). Najjednostavnija deformacija je linearna, i definira se kao:

$$\varepsilon = \Delta l / l_0 \quad (b)$$

Prema mehaničkim svojstvima materijale možemo podijeliti na plastične kao što su polimeri, na lomljive/tvrde/krhke, npr. staklo, kreda i silicij, te čvrste/žilave kao npr. čelik. Gotovo svi materijali sadrže sva tri svojstva, ali ih svrstavamo u određenu grupu materijala prema onom svojstvu koje prevladava.

Svojstva materijala prema krivuljama naprezanje-deformacija mogu biti:



Slika 1.b) Podjela materijala prema ovisnosti naprezanja o deformaciji/istezanju <sup>(14)</sup>

Za praktičnu primjenu najčešće treba naći materijal koji je tvrd, ali nije krhak, kaže se da treba biti žilav ili čvrst. Ali kako to postići, postavljalo se pitanje još početkom 20. stoljeća, jer se primjerice nije znalo zašto je željezo mekano/plastično, a dodavanjem ugljika postaje čvrsto. Koji je oduvijek osnovni problem proizvodnje čvrstih materijala? Za praktičnu primjenu nekog materijala, pogotovo slitine, traži se da pod utjecajem sile:

- 1) ima što veću granicu elastičnosti
- 2) da se može oblikovati (plastičnost, kovnost)
- 3) da prilikom deformacije ne pukne

4) da je žilavo/čvrsto <sup>(2)</sup>

Te ovisno od ponude i potražnje imamo razne načine ispitivanja tih mehaničkih svojstava materijala što ćemo u ovom radu pokušati i predočiti.

Ovisno o svojstvima biramo materijal koji će podnijet tj. zadovoljiti uvijete primjene, jedan od mnogih primjera zašto je važno poznavanje mehaničkih svojstava je čelik za izradu građevinskih dizalica, on ne smije biti krhak jer u tom slučaju kad bi djelovali nekom silom koja dovodi do popuštanja materijala ubrzo bi došlo i do njegova loma. Područje deformacije prije loma krhkih materijala je malo i do loma dolazi naglo te je teško spriječiti nezgodu, žilav materijal ima šire područje deformacije prije nego što dođe do loma te se može predvidjeti i spriječiti nezgoda.

**Nauka o čvrstoći** analizira stanja i promjene stanja čvrstih deformabilnih tijela izloženih vanjskim opterećenjima. Ona opisuje naprezanja i geometrije materijala.

Metodama nauke o čvrstoći proučavaju se:

- 1) čvrstoće elemenata – sposobnosti podnošenja opterećenja bez pojave plastičnih deformacija, lokalnih oštećenja ili lomova,
- 2) krutosti elemenata – otpornost prema deformiranju
- 3) otpornost elemenata – sposobnosti podnošenja opterećenja uz očuvanje početnog (ravnotežnog oblika).

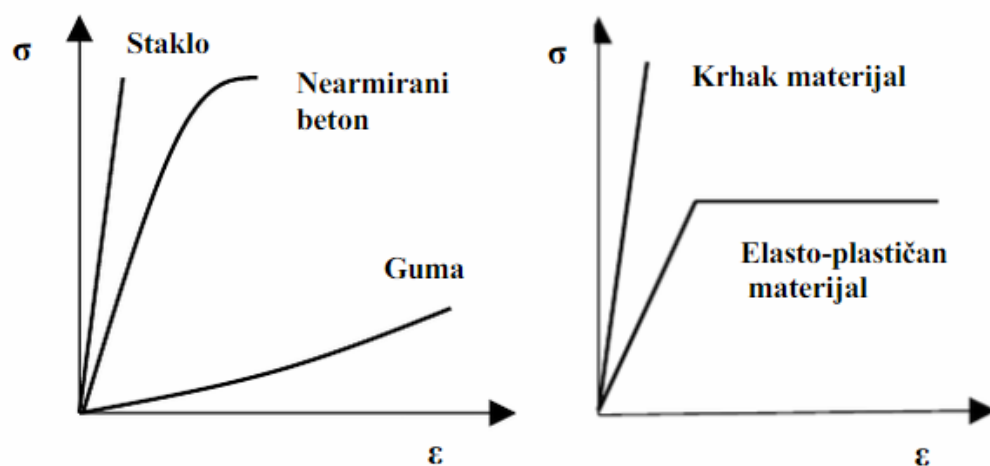
Pojam čvrstoće materijala opisuje njegovu otpornost prema plastičnom deformiranju ili prema kidanju, odnosno lomu. Kada želimo očvrnuti materijal želimo mu povisiti granicu elastičnosti.

Krutost materijala njegovo je svojstvo da se opire deformaciji uslijed naprezanja. Što je manja deformacija koju izaziva određeno naprezanje, to su materijal odnosno tijelo koje izgrađuje krući. Pojam suprotan krut je mekan.

Kad je riječ o otpornosti materijala lomu uslijed učestalog djelovanja opterećenja, umjesto o čvrstoći često govorimo o izdržljivosti materijala. Razlikujemo statičku izdržljivost pri puzanju i dinamičku izdržljivost u uvjetima pri kojima umaramo (djelujemo na njega u nekim intervalima silom) materijal.

**Teorija deformacije** opisuje utjecaj djelovanja sile na tečenje materijala koje se odvija sa gibanjem čestica. Relativna promjena uzajamnog položaja čestica naziva se deformacija. Razlikuju se linijska deformacija ili produljenje i poprečna ili smična deformacija.<sup>(12)</sup>

Sposobnost materijala da se plastično deformira, prije nego što dođe do loma, zove se deformabilnost ili istežljivost. Nasuprot tome, svojstvo materijala da se lomi bez prethodne plastične deformacije naziva se krhkost. Specifična energija koju materijal pri deformaciji prije loma apsorbira po jediničnom obujmu naziva se žilavošću. Žilavost je onda mjera deformabilnosti. Prema tome, materijali niske žilavosti nisu deformabilni, nego krhki.



Slika 1.c) Ovisnost naprezanja o istežanju krhkih i elastičnih materijala

Odgovor materijala na primijenjena naprezanja (različite kombinacije deformacija i naprezanja koja su uzrok deformacije) opisuju se modulima koji povezuju uzrok i posljedicu i nisu konstante materijala jer ovise o stanju naprezanja.<sup>(13)</sup>

## 1.1 POISSONOV OMJER

Osim deformacije u smjeru naprezanja,  $\varepsilon$ , kod jednoosnog naprezanja javlja se i deformacija poprečno u odnosu na naprezanje,  $\varepsilon_{\text{popr}}$ . U području elastičnosti omjer poprečne i uzdužne deformacije je konstantan. Poissonov koeficijent ili Poissonov omjer,  $\nu$ , definiran je kao apsolutna vrijednost omjera poprečne i uzdužne deformacije (c).

$$\nu = -\frac{d\varepsilon_{\text{trans}}}{d\varepsilon_{\text{axial}}} = -\frac{d\varepsilon_y}{d\varepsilon_x} = -\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_x} \quad (\text{c})$$

gdje je:

$\nu$  - Poissonov omjer,

$\varepsilon_{\text{trans}}$  - poprečno (transverzalno) suženje ili skupljanje

$\varepsilon_{\text{axial}}$  - uzdužno (aksijalno) produljenje.

## 1.2 MODUL SMICANJA

Sile paralelne s površinom tijela uzrokuju deformacije koje zovemo smicanje. Modul smicanja ili modul krutosti,  $G$  / Pa, je koeficijent elastičnosti za smične sile. On se definira kao „odnos smicanja na pomak po jedinici duljine uzorka (smična deformacija)“.

Modul krutosti može eksperimentalno odrediti iz nagiba krivulje naprezanje-istezanje stvorena tijekom ispitivanja čvrstoće provedena na uzorku materijala.

Definicija modula krutosti:

Odnos smicanja i pomaka po jedinici duljine uzorka (smična deformacija).

Torzija je pojava u kojoj se šipka određenog materijala jednim krajem učvrsti, a na drugi kraj djeluje se momentom sile. Na taj se način šipka "suče" ili torzira. U kružnim presjecima, rezultanta sile smicanja je okomita na radijus. Za stalan moment sile imamo ravnotežno stanje, što znači da se šipka svojim momentom sile opire vanjskome momentu.

### 1.3 MODUL ELASTIČNOSTI

Modul elastičnosti je osnovni parametar kojim se opisuje stanje naprezanja, deformacija ili pomaka. Za njegovo određivanje postoje različite metode ispitivanja u laboratoriju ili na terenu te različiti analitički izrazi dobiveni određenim empirijskim korelacijama.

Elastična svojstva su važna u nekoliko pogleda na ponašanja materijala. Najčešće susretana od njih je krutost strukturnog elementa osmišljena kako bi podlegla samo elastičnoj deformaciji (mostovi i grede).

Linearna elastičnost je usko povezana sa silom između atoma, molekula i iona koji tvore materijal. Elastično ponašanje kristalnih materijala u cijelosti ovisi o tome, kao i amorfni krutina na niskoj temperaturi.

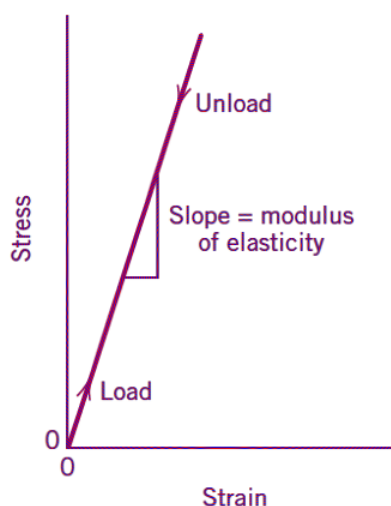
Vrijednosti modula variraju između nekoliko grupa- keramike, metala i polimera – kao i unutar pojedinih grupa materijala.

Dijamant ima najveći modul elastičnosti od svih krutih tvari, oko  $1000 \text{ GN/m}^2$ . Jaka kovalentna veza između ugljikovih atoma u dijamantu je odgovorna za njegovu visoku čvrstoću. Led ima nizak modul elastičnosti jer je veza između molekula vode u ledu vodikova. Prema tome, vidimo da se modul odnosi na prirodu kemijske veze između atoma, iona ili molekula u krutini.

Kao posljedica relativno jake metalne veze, modul elastičnosti metala je relativno visok, no manji od modula elastičnosti kovalentnih krutina.

Modul elastičnosti polimera može se modificirati tijekom proizvodnje i mijenja se sa promjenom strukture.<sup>(6)</sup>

Youngov modul definiran je samo u rasponu u kojem je naprezanje proporcionalno deformaciji, a materijal se vraća u početno stanje nakon prestanka djelovanja vanjske sile. Kako se naprezanje povećava, Youngov modul više nije konstanta nego se smanjuje, materijal ili krene teći, trajno se deformira, ili se slomi.



Slika 1.d) Prikaz modula elastičnosti<sup>(15)</sup>

Nagib linearnog pravca kod krivulje naprezanje-deformacija (ustvari Hookeov zakon) u području elastičnosti definira modul elastičnosti ili Youngov modul (d).<sup>(4)</sup>

$$E \equiv \frac{\text{vlačno naprezanje}}{\text{produljenje}} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/A_0}{\Delta L/L_0} = \frac{FL_0}{A_0\Delta L} \quad (d)$$

Gdje je:

$E$  – Youngov modul elastičnosti (N/mm<sup>2</sup>);

$F$  – sila koja produljuje šipku ili štap (N);

$A_0$  – početni poprečni presjek šipke ili štapa u mirovanju (mm<sup>2</sup>);

$\Delta L$  – produljuje šipke ili štapa (m);

$L_0$  – početna duljina šipke ili štapa (m);

$\sigma$  – naprezanje u šipki ili štapu (N/mm<sup>2</sup>)

$\epsilon$  – omjer produljenja šipke ili štapa i njene duljine (bez dimenzije ili  $\Delta L / L_0$ )<sup>(3)</sup>

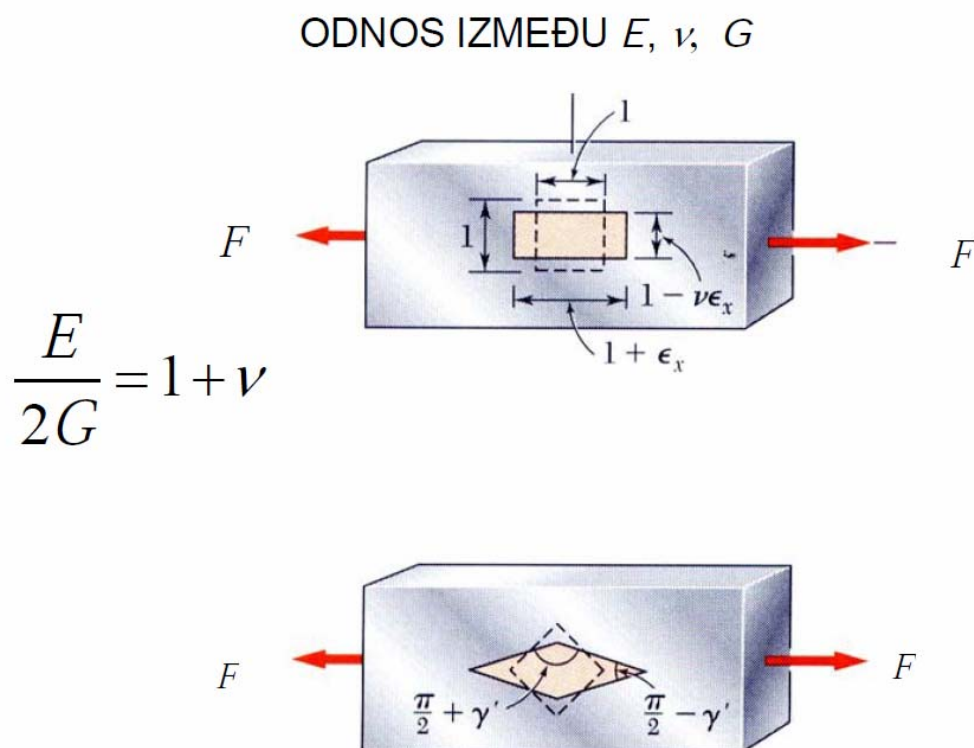
Modul elastičnosti daje nam procjenu koliko se neki materijal “protivi” elastičnoj deformaciji. Veliki nagib, dakle veliki Youngov modul, pokazuje da se materijal malo deformira i uz velika naprezanja i zato je bitno njegovo poznavanje.<sup>(9)</sup>

## 1.4 ODNOS IZMEĐU ELASTIČNIH KONSTANTI

Da bi se točno odredila promjena obujma nekog krutog materijala, pod utjecajem sile, potrebno je poznavati svojstva materijala, kao što je modul elastičnosti, modul smičnosti  $G$ , gustoću ili Poissonov omjer,  $\nu$ .

Za homogene izotropne materijale postoji jednostavan odnos između elastičnih konstanti (Youngov modul elastičnosti,  $E$  / Pa, modul smicanja,  $G$  / Pa, modul kompresibilnosti,  $K$  / Pa, i Poissonov omjer,  $\nu$ ):

$$E = 2G(1 + \nu) = 3K(1 - \nu) \quad (e)$$



Slika 1.e) Odnosi između elastičnih konstanti<sup>(16)</sup>



## 2. METODE MJERENJA MODULA ELASTIČNOSTI

Metode mjerenja modula elastičnosti mogu biti bez razaranja ili uz razaranje ispitivanog uzorka. Metode sa razaranjem uzorka su metode nakon čijih ispitivanja uzorak promjeni svoja prvobitna svojstva, dok nakon ispitivanja bez razaranja ispitivani uzorak ostaje ne promijenjen.

### 2.1 METODE SA RAZARANJEM UZORKA

#### 2.1.1 Vlačni test- Kidalica

Kidalica je mjerni instrument ili stroj za vlačno ispitivanje čvrstoće materijala. Vlačno ispitivanje provodi se zbog nekoliko razloga. Rezultati vlačnog ispitivanja koriste se pri izboru materijala za različite inženjerske primjene, svojstva utvrđena vlačnim ispitivanjem često se koriste za specifikaciju materijala u svrhu osiguranja kvalitete, tijekom razvoja novih materijala i procesa na temelju rezultata vlačnog ispitivanja omogućuje se usporedba s drugim materijalima uzimajući u obzir tehnološki postupak obrade, vlačna svojstva koriste se kako bi se predvidjelo ponašanje materijala u realnim uvjetima primjene.

Na kidalici se nalaze dva mjerna uređaja kojima se očitava produljenje epruvete sa lijeve i desne strane, također se očitava i trenutna odnosno maksimalna sila tijekom ispitivanja. Namjesti se brzina kidanja (brzina glave/čeljusti kidalice).

Na temelju tih podataka izračuna se vlačna čvrstoća odnosno naprezanje kod maksimalne sile te modul elastičnosti prema slijedećim izrazima:

$$\text{Vlačna čvrstoća: } R_m = \frac{F_m}{S_0}, \text{ N/mm}^2 \quad (f)$$

$$S_0 = a \cdot b, \text{ mm}$$

$F_m$ - maksimalna sila, N

$S_0$ - ploština početnog presjeka, mm<sup>2</sup>

$$E = \frac{l_0}{S_0} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta l}, \text{ N/mm}^2$$

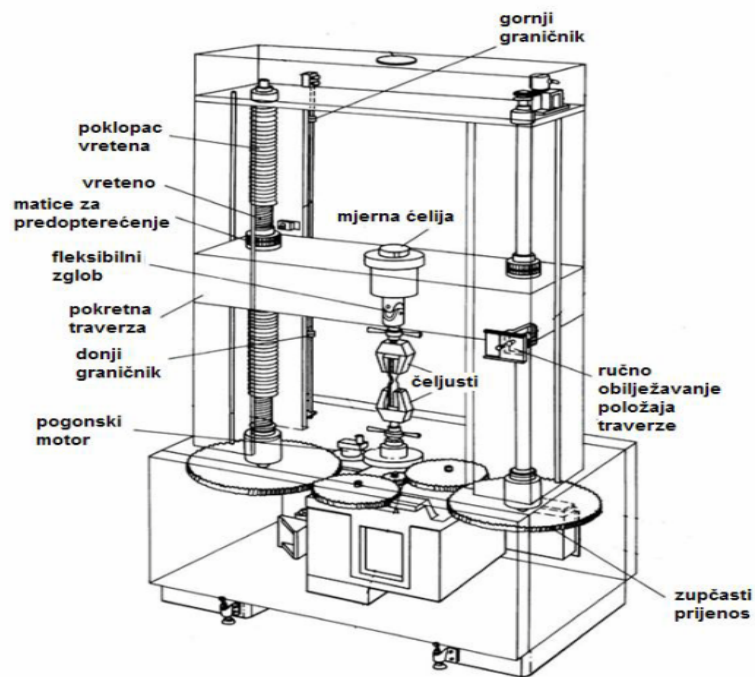
Modul elastičnosti(h) :

(h)

$$\Delta l = l_k - l_0, \text{ mm}$$

$L_0$ - početna duljina, mm

$L_k$ - duljina pri kojoj dolazi do kidanja, mm <sup>(10)</sup>

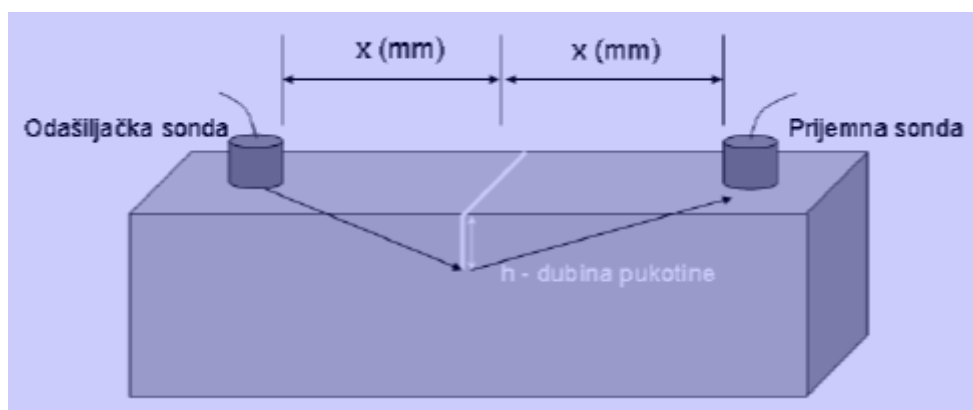


Slika 2.a) Shema kidalice<sup>(10)</sup>

## 2.1 METODE BEZ RAZARANJA UZORKA

### 2.1.2 Ultrazvučno ispitivanje

Ultrazvučne metode ispitivanja materijala ne razaraju ispitivani uzorak. U ispitivanju se koriste titraji (zvuk) visoke frekvencije koji se emitira u materijal, te pogodno detektira nakon interakcije s materijalom uzorka kako bi se otkrile površinske i/ili dubinske greške strukture, pukotine, uklopoci stranog materijala ili poroznost. Kada se brzina ultrazvuka koristi za određivanje tlačne čvrstoće (empirijske korelacije), mjerenje vremena prolaza ultrazvuka izvodi se samo direktnim prolazom impulsa. Određivanjem brzine prolaza ultrazvuka utvrđujemo kvalitetu materijala, pratimo promjenu čvrstoće i određujemo dinamički modul elastičnosti.



Slika 2. b) Ultrazvučno ispitivanje<sup>(17)</sup>

#### Značaj i korištenje

Značaj ove metode je da zvučni valovi prodiru u materijal i odbijaju se od prelaznih površina (refleksija). Koristi se za ne razorno određivanje tlačne čvrstoće materijala u konstrukciji (betonski materijali) u sklopu naknadnog utvrđivanja kvalitete:

- 1) Utvrđivanje prisustva segregacija, šupljina i sl.
- 2) Mjerenje dubine površinskih pukotina
- 3) Procjena razvoja tlačne čvrstoće
- 4) Određivanje ujednačenosti materijala i procjena oštećenja

- 5) Određivanje dinamičkog modula elastičnosti
- 6) Kontrola kvalitete izvođenja radova izgradnje i sanacije

Brzina širenja longitudinalnih i transverzalnih valova je povezana s elastičnim svojstvima materijala preko relacija (j) i (k):

$$V_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (j)$$

$v_L$  - brzina širenja longitudinalnih valova, m/s

$v_T$  - brzina širenja transverzalnih valova, m/s

$E$  - dinamički Youngov modul elastičnosti, Pa

$G$  - posmični modul elastičnosti, Pa

$\rho$  - gustoća materijala, kg/m<sup>3</sup>

$\nu$  - Poissonov koeficijent<sup>(17)</sup>

$$V_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}} \quad (k)$$

### 2.2.3 Pobuda vibracije udarcem

Ova ispitna metoda obuhvaća određivanje dinamičkih elastičnih svojstava homogene keramike na sobnoj temperaturi. Uzorci materijala koji se ispituju posjeduju specifične mehaničke rezonantne frekvencije koje su određene modulom elastičnosti, masom i geometrijom uzorka. Dinamička elastična svojstva materijala mogu se izračunati ako se mogu izmjeriti geometrija uzorka, njegova masa, i mehaničke rezonantne frekvencije pogodnog (pravokutna ili cilindrična geometrija) uzorka tog materijala. Dinamički Youngov modul određuje se pomoću rezonantne frekvencije pri savijanju. Dinamički modul smicanja ili modul krutosti, nalazimo pomoću torzijske rezonantne vibracije. Dinamički Youngov modul i dinamički modul smicanja se koriste za izračunavanje Poissonova omjera.

Ova metoda ispitivanja mjeri temeljnu rezonantnih frekvenciju ispitnih uzoraka prikladne geometrije njihovom pobudom jednim mehaničkim udarcem s impulsnim alatom. Senzor (na primjer, kontaktni akcelerometar ili bezkontaktni mikrofoni) osjeća dobivene

mehaničke vibracije uzorka te ih pretvara u električni signal. Mjesto udarca/pobude i mjesto sakupljanja signala bira se tako da se izazovu i mjere specifične vibracije. Signali se analiziraju i temeljna rezonantna frekvencija se izolira i mjeri analizatorom signala, koji pruža numeričko očitavanje koje je (ili je proporcionalno) učestalosti ili periodu vibracija pobuđenog uzorka. Odgovarajuća temeljna rezonantna frekvencija, dimenzije i masa uzorka koriste se za izračun dinamičkog Youngova modula, dinamičkog modula smicanja te pomoću njihova međuodnosa i Poissonovog omjera (poglavlje 3.5, str. 22).

### **Značaj i korištenje**

1) Ova ispitna metoda može se koristiti za razvoj materijala, njihovu karakterizaciju i kontrolu kvalitete.

2) Ova metoda ispitivanja je posebno prikladna za određivanje modula elastičnosti visokotehnološke keramike koja je elastična, homogena i izotropna.

3) Ova metoda ispitivanja koristi se za određivanje dinamičkih modula pri sobnoj temperaturi za elastične grede (pravokutni presjek) i štapove (cilindrični presjek). Ravne ploče i diskovi se također mogu mjeriti na sličan način, ali zahtijevaju složene jednadžbe za određivanje modula elastičnosti.

4) Ova dinamička metoda ispitivanja ima nekoliko prednosti i razlika od tehnika sa statičkim opterećenjem i od rezonantne tehnike (ultrazvučne metode) koja zahtijeva stalnu pobudu.

4.1) Ispitivanje ne razara uzorak te se na istom uzorku mogu izvršiti mjerenja drugim metodama. Uzorci su podvrgnuti malom, neznatnom naprezanju, te se modul elastičnosti mjeri blizu područja početnog naprezanja, te je i minimalna mogućnost loma.

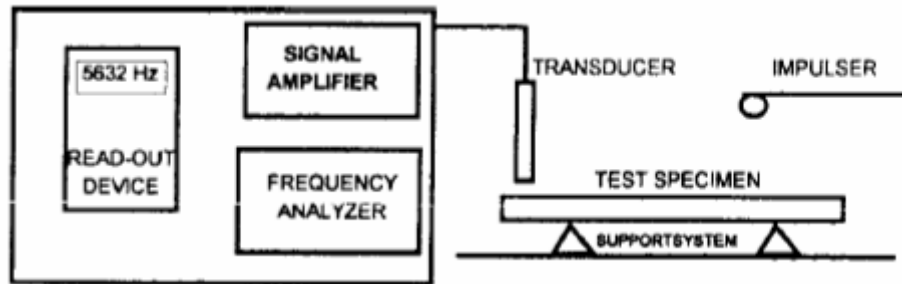
4.2) Metoda za pobudu koristi udarni alat i jednostavne potpore uzorka. Ne zahtijeva složeni sustav i nosače koji bi zahtijevali razradu postavljanja.

5) Ova tehnika se može koristiti za mjerenje rezonancija jedino u svrhu kontrole kvalitete i prihvaćanja ispitnih uzoraka jednostavnih i složenih oblika. Raspon prihvatljive rezonantne frekvencije određuje se u uzorku s određenom poznatom geometrijom i masom.

Tehnika je posebno pogodna za ispitivanje uzoraka sa složenim geometrijama (osim paralelopipeda i cilindara / štapova ili diskova) koji ne bi bili pogodni za ispitivanje drugim metodama. Svaki primjerak kojem frekvencijski odziv pada izvan propisanog frekvencijskog

područja nije dobar. Stvarni modul svakog uzorak nije dobro određen sve dok ne znamo da je pouzdano određena upravo rezonantna frekvencija uzorka.

6) Ako termička obrada ili izloženost okolišu utječe na elastični odgovor uzorka, ova test metoda je prikladna za određivanje specifičnog učinka toplinske obrade, izloženosti okolišu (korozija), i drugih. Očitavanja bi trebala ukazati (mjerjenje je dovoljno osjetljivo) na određeni toplinski tretmane ili izloženost vanjskim utjecajima koje je uzorak pretrpio.



Slika 2. c) Shema uređaja za pobudu vibracije<sup>(7)</sup>

O ovoj će se metodi govoriti i obraditi ju u nastavku rada.

### **3. EKSPERIMENTALNI DIO**

Rađeno je prema standardnoj metodi za određivanje Youngovog modula elastičnosti, modula smicanja i Poissonova omjera za nove/napredne keramičke materijale pobudom vibracija udarcem/impulsom (prema ASTM C1259).

Eksperimentalni dio se temelji na ASTM C1259, te će se u eksperimentalnom dijelu prikazati teorijske osnove za primijenjenu mjernu metodu, ideju na kojoj se zasniva mjerenje, te dijelovi mjerne aparature.

Teorijske osnove ove metode spomenute su u točki 2.2.3 ovog rada.

#### **3.1 PRIMJENJIVOST METODE**

Odnosi između rezonantne frekvencije i dinamičkog modula elastičnosti prikazani ovdje posebno se odnose na homogeni, elastični, izotropni materijal. U skladu s time postoje i određeni uvjeti koje ispitivani materijal mora zadovoljiti u svrhu točnosti mjerenja. Uvjeti primjenjivosti metode su:

- 1) Ova metoda utvrđivanja dinamičkog modula elastičnosti primjenjiva je na kompozitne keramike i nehomogeni materijal samo uz pažljivo razmatranje učinka nehomogenosti i anizotropije. Sljedeća svojstva: volumen, veličina, morfologija, distribucije i orijentacija kristalnih faza u uzorku, te postupci spajanja dijelova uzorka i posebice nehomogenost u ispitivanim uzorcima imaju izravan utjecaj na elastična svojstva uzorka u cjelini. Ovi čimbenici se moraju uzeti u obzir pri tumačenju rezultata ispitivanja za kompozitne i nehomogene materijale.
- 2) Postupak uključuje mjerenje tranzijentne elastične vibracije. Materijali s vrlo visokim prigušenjem teško se mjere ovom tehnikom, zato jer je vibracija prigušena prije no što brojač (primjerice brojač frekvencije) može izmjeriti signal.
- 3) Ako specifični površinski tretmani (premazi, strojna obrada, brušenje, jetkanje, itd.) mijenjaju elastična svojstva osnovnog materijala, tu će biti naglašen učinak na mjerena

elastična svojstva u usporedbi sa statičkim mjerenjem zatezanjem ili kompresijskim ispitivanjem (standardni statički vlačni ili tlačni test).

4) Metode ispitivanja nisu zadovoljavajuće za primjerke koje imaju veći diskontinuitet, kao što su velike pukotine (unutarnje ili površinske) ili šupljine.

5) Ova ispitna metoda za određivanje modula elastičnosti ograničena je na uzorak s pravilnom geometrijom (kvadri, cilindri i diskovi) za koje je moguće analitički povezati geometriju, masu i modul elastičnosti sa rezonantnom frekvencijom titraja.

6) Ispitna metoda nije prikladna za određivanje elastičnih svojstva materijala koji se ne mogu oblikovati u takve geometrije.

7) Analitički jednadžbe pretpostavljaju paralelne i koncentrične dimenzije za navedene geometrije uzorka. Odstupanja od navedenih uvjeta za dimenzije, promijeniti će rezonantne frekvencije i dovesti do pogrešaka u izračunima.

8) Za uzorke proizvedene s grubom ili neujednačenom površinom, varijacije u dimenzijama mogu imati značajan utjecaj u izračunima. Na primjer, u izračun dinamičkog modula elastičnosti, vrijednost modula je obrnuto proporcionalna debljini kocke. Jedinствене dimenzije uzorka i precizna mjerenja bitna su za točne rezultate.

9) Metoda ispitivanja pretpostavlja da uzorak vibrira slobodno, bez značajnih ograničenja ili prepreka. Nosači uzorka trebaju se dizajnirati i postaviti ispravno (u skladu sa standardom ASTM C1259), tako da uzorak može vibrirati slobodno na željeni način.

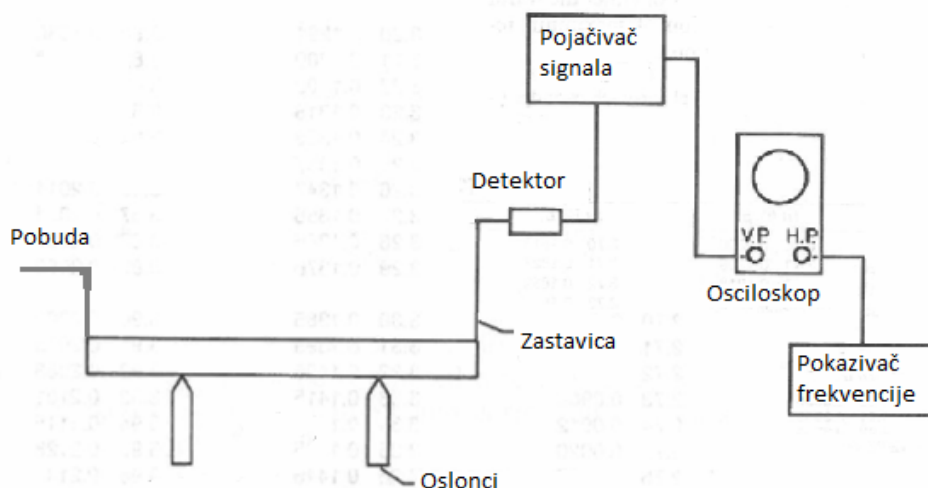
10) Odgovarajuće mjesto udarca/impulsa pobude i pretvornika je važno za pobudu i mjerenje željenih vibracija. Položaji impulsne točke i sonde se ne bi smjelo mijenjati, jer promjene u položaju mogu pobuditi i detektirati alternativne načine vibracija što nije poželjno.

11) Ako očitavanja frekvencije nisu ponovljiva za skup pobuda i sonde smještenih na istom mjestu to može biti zato što se razvija nekoliko različitih načina/modova vibracije prilikom ispitivanja. Geometrije grede i željeni način vibracije se trebaju procijeniti i koristi za identifikaciju mjesta pobude i odziva. Mjerenje je točnije ako se položaj impulsne točke i pretvarača pomaknu tako da se izazove i izmjeri jedan željeni način vibracije.<sup>(7)</sup>



## 3.2 APARATURA

Aparatura se sastoji od uzorka, oslonaca, čekića za pobudu, zastavice, detektora, osciloskopa te pokazivača frekvencije kao što vidimo na slici 3.a, te napajanja.



Slika 3. a) Shema aparature<sup>(7)</sup>

### 1) Uzorak

Za ispitivanje su uporabljeni uzorci homogenog silikatnog stakla poznatih dimenzija i mase. Ispitano je 5 uzoraka različitih dimenzija i masa. Uzorci su pobuđeni zvučnikom na frekvenciji određenoj eksperimentom (generator frekvencija kao izvor).

### 2) Oslonci

Za oslonce su uporabljeni improvizirani materijali, stabilizirani su pomoću plastičnog kita. Oslonci su postavljeni na propisanoj udaljenosti od  $0.224 \cdot \text{duljina uzorka}$  sa svake strane.

### 3) Čekić za pobudu

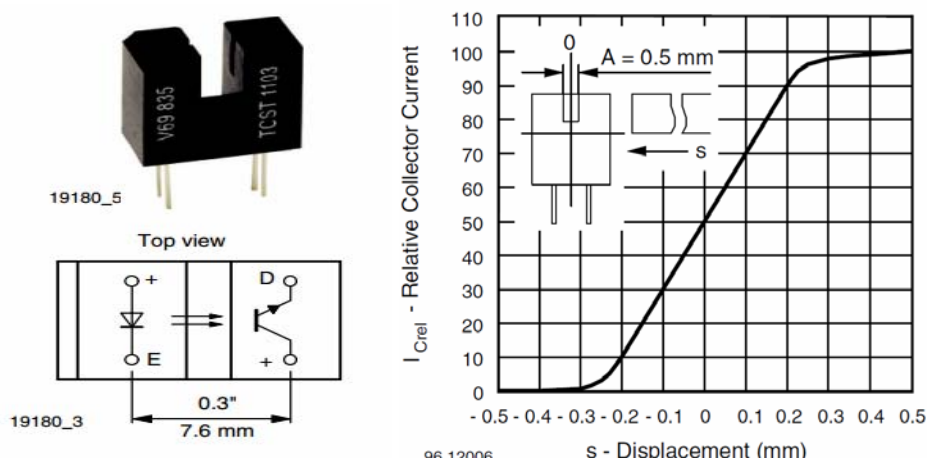
Za pobudu vibracija/titranja ispitivanog uzorka uporabljena je lagana udaraljka od materijala koji je u kratkom doticaju sa uzorkom (gumena loptica, udaraljka, drveni štapić i slično). Prilikom dužeg doticaja (primjerice kucanje prstom) dolazi do nametanja dodatnih frekvencija koje smetaju pri detekciji rezonantne frekvencije uzorka.

### 4) Zastavica

Zastavica koja zaklanja foto tranzistor potrebna je zbog tipa uporabljenog detektora, korišten je netransparentan tamni materijal, zanemarive mase.

## 5) Detektor

Kao detektor pobude korišten je optički detektor TCST 1103 i TCST 1230. TCST 1103, TCST 1230 su senzori propusnosti, koriste se kao optički prekidači, brojači, za kodiranje, a sastoje se od infracrvenog odašiljača i foto-tranzistora koji se nalaze licem u lice na optičkoj osi (ugrađen je filter koji blokira vidljivu svjetlost). brojevi '1230' su dimenzije udaljenosti između elemenata tcst-a, radno područje je 0.5 mm.<sup>(8)</sup>



PRODUCT SUMMARY				
PART NUMBER	GAP WIDTH (mm)	APERTURE WIDTH (mm)	TYPICAL OUTPUT CURRENT UNDER TEST <sup>(1)</sup> (mA)	DAYLIGHT BLOCKING FILTER INTEGRATED
TCST1230	2.8	0.5	2	Yes

Slika 3. b) Optički detektor TCST 1103 i shema te specifikacije<sup>(8)</sup>

## 6) Osciloskop

Osciloskop je elektronički uređaj koji stvara dvodimenzionalni graf jedne ili više električkih potencijalnih razlika. Vodoravna linija predstavlja vrijeme, dok uspravna predstavlja električni napon, električnu struju ili neki drugi signal.

Korišten je PC USB osciloskop TiePie HS3, TiePie HS3 je osciloskop koji se može koristiti kao multimetar, analizator spektra, bilježnik podataka (eng. *datalogger*) ili generator frekvencija. On također sadrži funkciju generatora valova koja je u mogućnosti proizvesti bilo koji potrebni signal. Ima dva mjerna programa.<sup>(18)</sup>

## 7) Pokazivač frekvencije

Za prikaz frekvencija ćemo koristiti prijenosno računalo, kao i za njihovu obradu. U ovom radu nije korišten brojač frekvencija (eng. *frequency counter*).

## 3.3 PRIPREMA UZORKA

1) Uzorci moraju biti pripremljeni tako da su ili pravokutnog ili okruglog presjeka. Bilo koja geometrija se može koristiti za mjerenje kako dinamičkog Youngovog modula tako i dinamičkog modula smicanja. Iako su jednadžbe za računanje smičnog modula s cilindričnim uzorkom jednostavnije i točnije od onih koje se koriste s pravokutnom gredom, eksperimentalne poteškoće u dobivanju torzijskih rezonantnih frekvencija za cilindrične primjerke obično isključuju njegovu uporabu za utvrđivanje modula smicanja.

2) Rezonantne frekvencije za određeni uzorak su funkcija dimenzije uzorka, kao i njihove mase i elastičnog modula. Dimenzije uzorka stoga treba odabrati s obzirom na tu ovisnost. Izbor veličine treba napraviti tako da za procijenjeni elastični modul, rezonantna frekvencija mjerenja padne u rasponu od frekvencijskog odziva pretvarača i elektronike koju se koristi. Za vitki štap, omjer duljine prema minimalnoj dimenziji poprečnog presjeka treba imati vrijednost 10. Međutim, omjer od oko 20-25 je pogodan zbog lakoće u izračunu. Za mjerenje modula smicanja pravokutne grede, preporuča se omjer širine i debljine od 5 ili veći za smanjenje eksperimentalnih poteškoća.

3) Sve površine na pravokutnim uzorcima moraju biti ravne. Nasuprotne površine preko dužine i širine moraju biti paralelne u 0.01 mm ili 0.01%, ovisno koja je vrijednost veća. Nasuprotne površine preko debljine moraju biti paralelne unutar 0.002 mm ili 0.01%, ovisno koja je vrijednost veća. Cilindrični uzorci moraju biti okrugli i konstantni u promjeru u 0.002 mm ili 0.01%, ovisno koja je veličina veća.

- 4) Masu uzorka moramo odrediti u 0.1% ili 10 mg, ovisno što je veće.
- 5) Duljina uzorka mjeri se u rasponu od 0.1%.
- 6) Debljinu i širinu uzorka mjerimo u točnosti od 0.1% ili 0.01 mm.

- 7) Porozne materijale i one podložne hidrataciji treba sušiti na zraku na 120 °C u peći do konstantne mase (ispod 0,1% ili 10 mg razlike mjerene mase s 30 minuta dodatnog sušenja).<sup>(7)</sup>

### **3.4 OPIS RADA**

- 1) Uključiti svu električnu opremu i ostaviti da se stabilizira prema preporukama proizvođača.
- 2) Upotrijebite ispitni uzorak za provjeru/kalibraciju opreme i točnost aparature.

#### **3) Temeljna rezonantna frekvencija (modul elastičnosti)**

3.1) Mjesto oslonca uzorka mora se nalaziti na osnovnim čvornim točkama (0,224 L od svakog kraja).

3.2) Mora se odrediti smjer maksimalne osjetljivosti za detektor tako da se otkrije željena vibracija.

3.3) Uzorak se mora udariti lagano i elastično, bilo na središtu uzorku ili na suprotnom kraju uzorka od detektora.

3.4) Snimiti rezultante i ponovite test dok ne bude 5 uzoraka unutar 10 % od srednje vrijednosti. Ako pet očitavanja ne može biti izvedeno, onda je potrebno najmanje 3 očitavanja koje se nalaze unutar 10% od prosjeka. Koristiti srednju vrijednost tih očitavanja za utvrđivanje temeljne rezonantne frekvencije.

#### **4) Temeljna smična rezonantna frekvencija (modul smicanja)**

4.1) Oslonci uzorka su na sredini njegove duljine i širine.

4.2) Postavite detektor na jednom kvadrantu uzorka, najbolje na oko 0,224 L od jednog kraja, a prema rubu. Ovo mjesto je čvorišna točka smične vibracija i smanjiti će mogućnost detektiranja krivog moda titranja.

4.3) Uzorak se udara na kvadrantu dijagonalno suprotnom detektoru ponovno na 0.224 L od kraja i u blizini ruba.

4.4) Snimiti rezultate očitavanja i ponoviti test do preporučenih 5 očitavanja koja leže unutar 10% od srednje vrijednosti. Ako ne možemo uzeti 5 očitavanja, moramo uzeti najmanje 3 očitavanja koje se nalaze unutar 10% od prosjeka. Za izračun rezonantne frekvencije pri smicanju se koristi srednja vrijednost tih očitavanja.<sup>(7)</sup>

### 3.5 OBRADA PODATAKA

1) Za izračunavanje dinamičkog modula elastičnosti uz poznavanje temeljne rezonantne frekvencije pravokutne grede koristimo izraz (l):

$$E = 0.9465 (mf_f^2 / b) (L^3 / t^3) T_1 \quad (l)$$

Gdje je:

$E$  = Youngov modul, Pa

$m$  = masa grede, g

$b$  = širina grede, mm

$L$  = dužina grede, mm

$t$  = debljina grede, mm

$f_t$  = temeljna rezonantna frekvencija grede, Hz

$T_1$  = korekcijski faktor za temeljnu rezonantnu frekvenciju koji uzima u obzir debljinu grede, Poissonov koeficijent itd.

Ako je  $L/t > 19$  onda se korekcijski faktor  $T_1$  izračuna pomoću izraza (m):

$$T_1 = (1.000 + 6.585 (t/L)^2) \quad (m)$$

Ukoliko to nije slučaj onda postoje kompliciraniji izrazi za taj proračun. Kružna frekvencija određena je obradom rezultata mjerenja (naponski odziv fotodetektora) kao parametar modela prigušenog harmonijskog oscilatora (poglavlje 4.2, str. 25). Kružnu frekvenciju pretvaramo u frekvenciju pomoću izraza (n):

$$f = \omega / 2 \pi \quad (n)$$

- 2) Za izračun dinamičkog modula smicanja uz poznavanje temeljne smične rezonantne frekvencije grede koristimo izraz (o):

$$G = (4 L m f_f^2 / b t)(B/(1+A)) \quad (o)$$

Gdje je:

$G$  - dinamički modul smicanja, Pa

$f_t$  - temeljna smična rezonantna frekvencija grede, Hz

$B, A$  - korekcijski faktori

## 3.6 OSTALA ISPITIVANJA

### 3.6.1 Ispitivanje sa zvučnikom kao pobudom

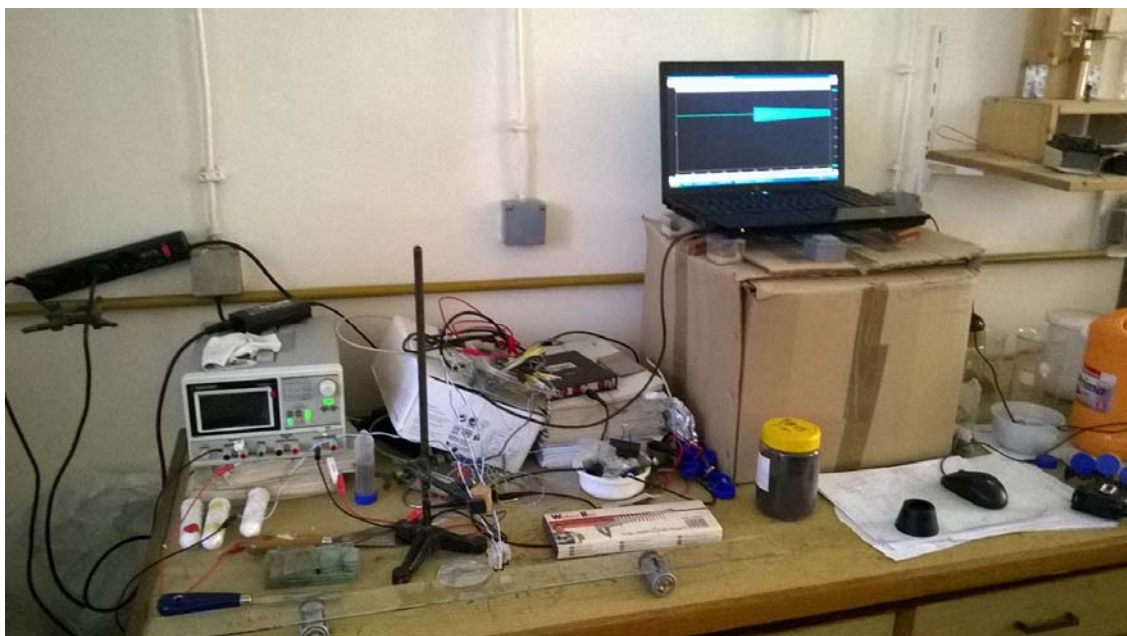
Titranje uzorka stakla postiže se i kada za pobudu umjesto udaraljke koristimo zvučnik (8  $\Omega$ ). Generator frekvencije namjesti se na prethodno određenu rezonantnu frekvenciju. Ustanovljeno je da već pri frekvenciji koja se za 1 Hz razlikuje od eksperimentalno određene, ne dolazi do dovoljne pobude uzorka (relativna promjena frekvencije iznosi oko 3 %).



Slika 3. d) Zvučnik kao izvor pobude

## 4. REZULTATI

### 4.1 PRIKAZ REZULTATA MJERENJA



Slika 4.a) Aparatura i mjerenje

**Tablica 1.** Rezultati mjerenja dimenzije, mase i rezonantne frekvencije ispitivanih uzorka prozorskog stakla (tzv. float staklo)

$t / \text{mm}$	$b / \text{mm}$	$L / \text{mm}$	$m / \text{g}$	$f_f / \text{Hz}$	$T_1$	$E / \text{GPa}$
3	51	669	240,44	35,02	1	60,69
4	49	749	345,67	38,03	1	63,39
5	50	789	476,8	42,95	1	65,38
8	50	1110	1060,25	34,85	1	65,1
10	51	1155	1418,83	40,87	1	67,37

Youngov modul elastičnosti stakla (teorijski),  $E = 50\text{-}90 \text{ GPa}^{(11)}$

## 4.2 OBRADA REZULTATA MJERENJA

Izračun rezonantne frekvencije uzorka (modul elastičnosti i modul smicanja):

- 1) Nakon pobude uzorka, mjerni postav a nam je ispisao set podataka, ovisnost stanja uzorka u prostoru o vremenu koja je predočena promjenom napona s vremenom tj. pomoću TCST 1230. Periodička promjena (valovi) obrađeni su u programu Origin 7.5 pomoću jednadžbe za prigušeni harmonijski oscilator (r):

$$U(t) = P_1 * \exp(-t / P_2) * \sin(P_3 * t + P_4) + P_5 \quad (r)$$

Gdje je:

$t$  – vrijeme, s

$P_1$  - amplituda, V

$P_2$  - vremenska konstanta, s

$P_3$  - kutna frekvencija, rad/s

$P_4$  - fazni pomak, rad

$P_5$  - offset, V

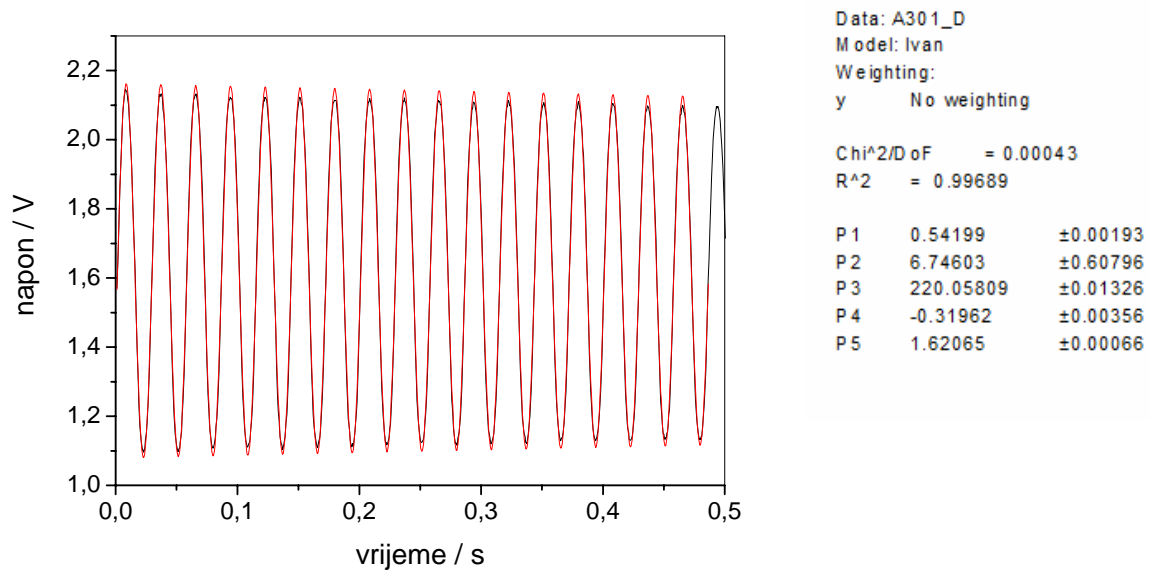
Tijekom eksperimentalnog rada prikupljen je veliki broj podataka, a eksperimentalne poteškoće su polagano otklanjane. U nastavku je prikazan i obrađen samo odabrani manji dio eksperimentalnih rezultata.

Prvo je pokazano da osnovna frekvencija titranja ostaje gotovo nepromijenjena tijekom 10-tak sekundi titranja (slike 4.b i 4c), te su određene rezonantne frekvencije titranja za uzorke stakla debljine 3, 4, 5, 8 i 10 mm (slike 4.d, 4.e, 4.f, i 4.g).

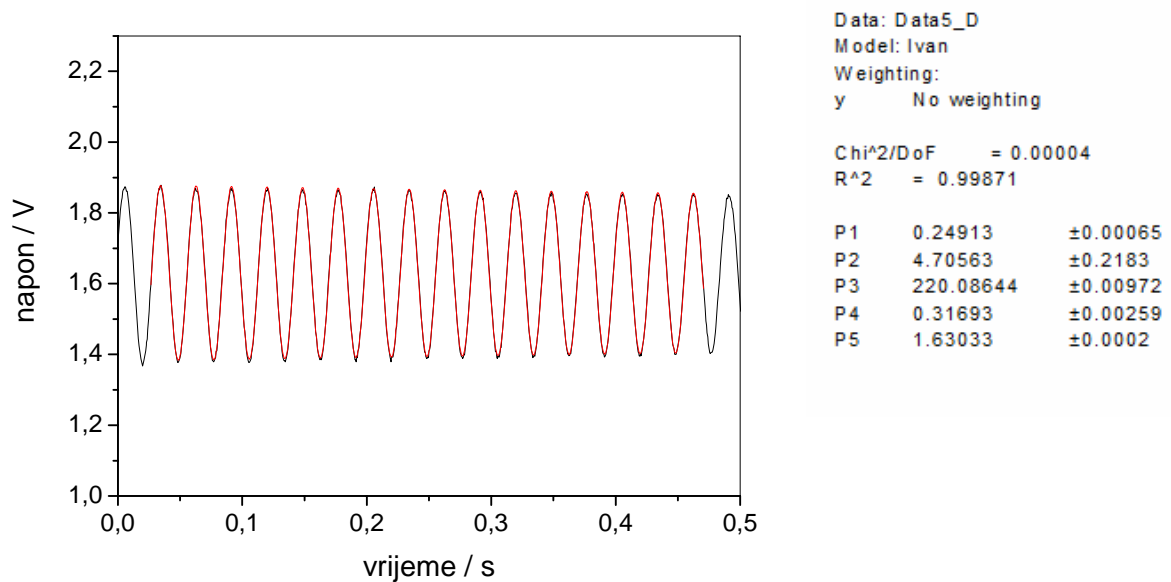
Zatim je pokazana obrada rezultata titranja staklene ploče dimenzija 118 x 98 x 4 mm pri određivanju smičnog modula.



- 2) Rezonantna frekvencija mora ostati neizmijenjena tokom cijelog vremena titranja, što je provjereno na slikama 4.b i 4.c.



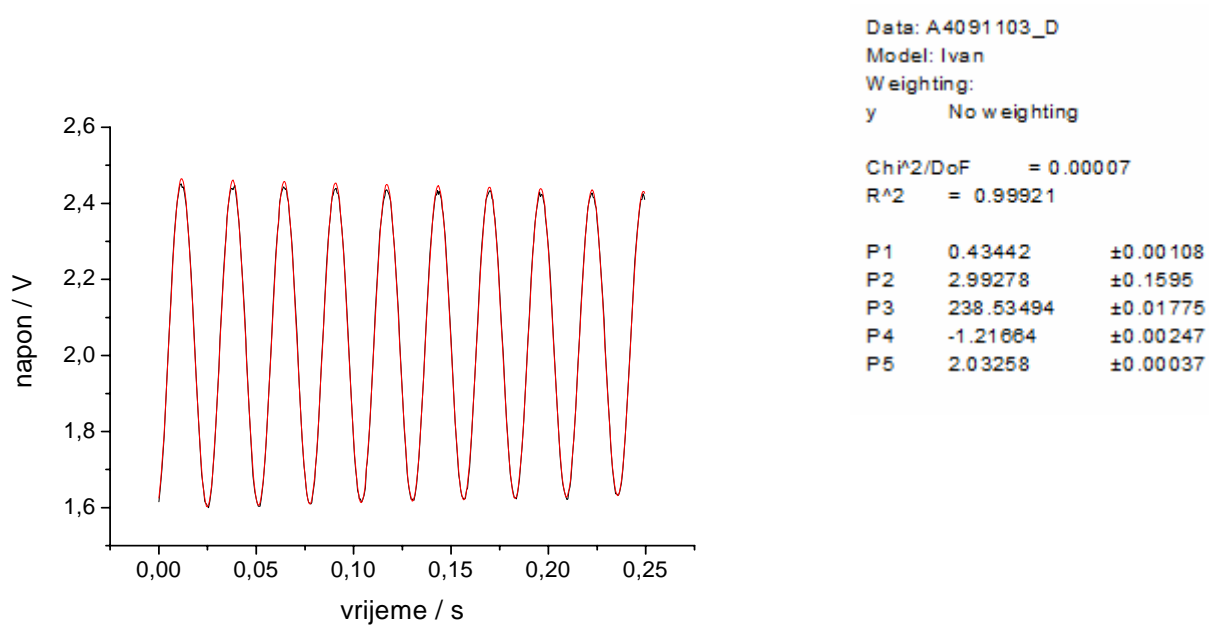
Slika 4. b) Analiza frekvencije na početku titranja



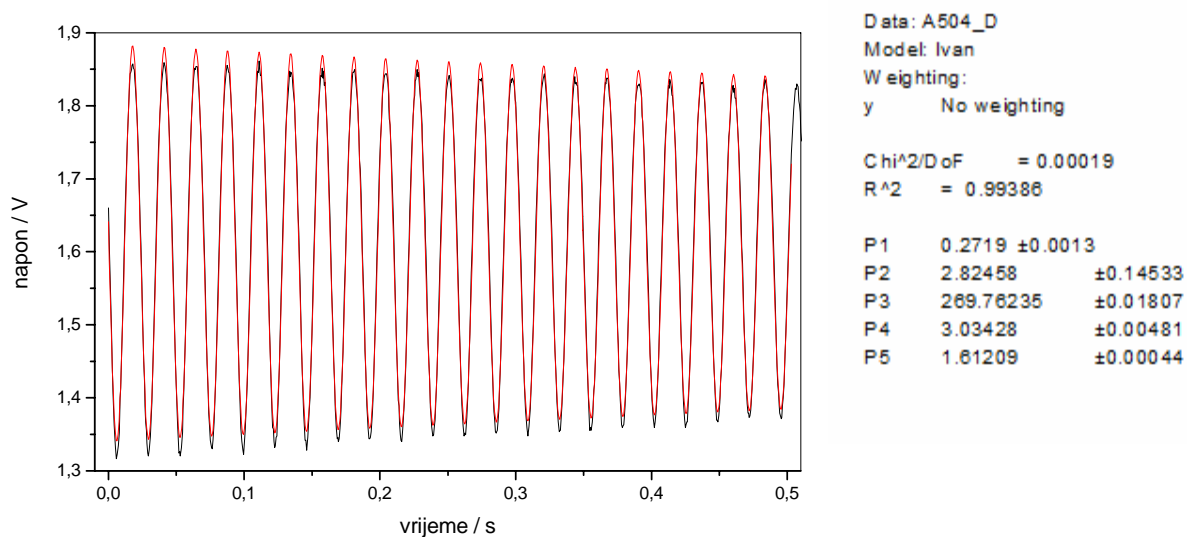
Slika 4. c) Analiza frekvencije pred kraj titranja

### 3) Obrada podataka, rezonantna frekvencija (modul elastičnosti):

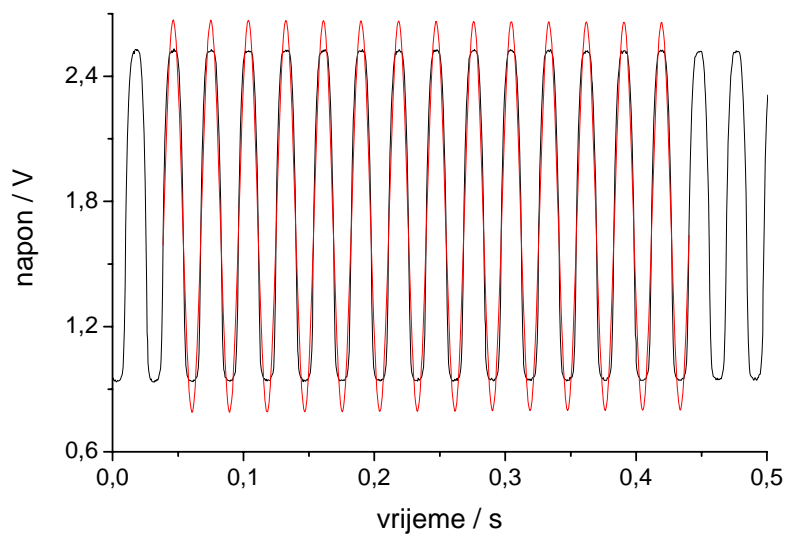
Ponašanje rezonantne frekvencije (modul elastičnosti) s promjenom dimenzija uzorka:



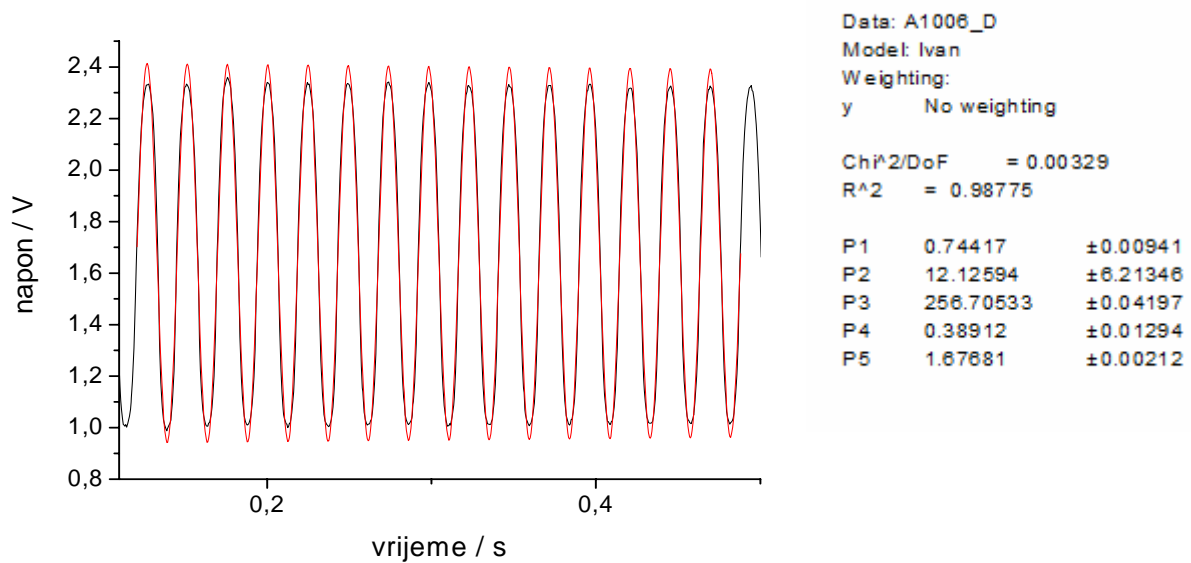
Slika 4. d) Određivanje rezonantne frekvencije uzorka debljine 4mm



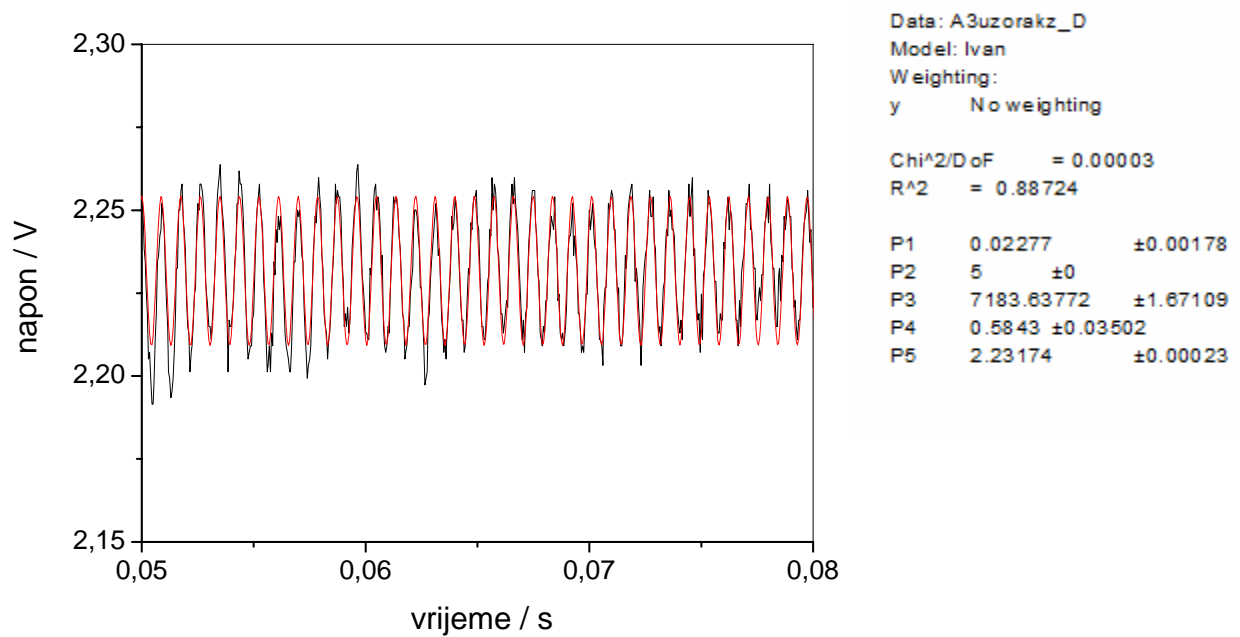
Slika 4. e) Određivanje rezonantne frekvencije uzorka debljine 5mm



Slika 4. f) Određivanje rezonantne frekvencije uzorka debljine 8mm



Slika 4. g) Određivanje rezonantne frekvencije uzorka debljine 10mm



Slika 4. h) Određivanje smične rezonantne frekvencije uzorka debljine 3mm

#### 4) Primjer izračuna Youngovog modula elastičnosti.

Koristit ćemo izraz (1). Za uzorak debljine 3 mm:

$$m = 240,44 \text{ g}$$

$$\omega = 220,058 \text{ rad/s} \rightarrow f = \omega / 2\pi = 220,058 / 2 * 3,14159 = 35,02 \text{ Hz}$$

$$f_r = 35,02 \text{ Hz}$$

$$b = 51 \text{ mm}$$

$$L = 669 \text{ mm}$$

$$t = 3 \text{ mm}$$

$$T_1 = 1,000 \text{ (vidimo iz izraza (m))}$$

$$E = 0.9465 (mf_f^2 / b) (L^3 / t^3) T_1$$

$$= 0,9465 * (240,44 \text{ g} * (35,02 \text{ Hz})^2 / 51 \text{ mm}) * ((669 \text{ mm})^3 / (3 \text{ mm})^3) * 1,000$$

$$= 6,069 * 10^{10} \text{ Pa} = 60,69 \text{ GPa}$$

**5) Primjer izračuna modula smicanja:**

Koristit ćemo izraz (m). Za uzorak debljine 3mm:

$$m = 113,60 \text{ g}$$

$$L = 118 \text{ mm}$$

$$f_f = 1143,89 \text{ Hz}$$

$$b = 98 \text{ mm}$$

$$t = 4 \text{ mm}$$

$$B = (98/4 + 4/98)/(4*(4/98) - 2,52*(4/98)^2 + 0,21*(4/98)^6) = 154,28$$

$$A = (0,5062 - 0,8776(98/4) + 0,35048(98/4)^2 - 0,0078(98/4)^3)/(12,03(98/4) + 9,892(98/4)^2)$$

$$A = -1,39$$

$$G = (4 L m f_f^2 / b t)(B/(1+A))$$

$$= ((4 * 118 \text{ mm} * 113,60 \text{ g} * 1143,89 \text{ Hz}^2) / (98 \text{ mm} * 3 \text{ mm})) * (154,28 / (1 - 1,39))$$

$$= -9,321 * 10^{10} \text{ Pa} = -93,21 \text{ GPa Nema fizički smisao}$$

**6) Izračun Poissonova omjera:**

$$E = 2G(1 + \nu)$$

$$\nu = E/2G - 1 = (60,69 \text{ GPa} / (2 * -93,21 \text{ GPa})) - 1$$

$$= -0,32 \text{ Nema fizički smisao}$$

**7) Izračun modula kumpresibilnosti:**

$$E = 3K(1 - \nu)$$

$$K = E / 3 * (1 - \nu)$$

$$= 60,69 \text{ GPa} / (3 * (1 + 0,32))$$

$$= 15,32 \text{ GPa Nema fizički smisao}$$

## 5. RASPRAVA

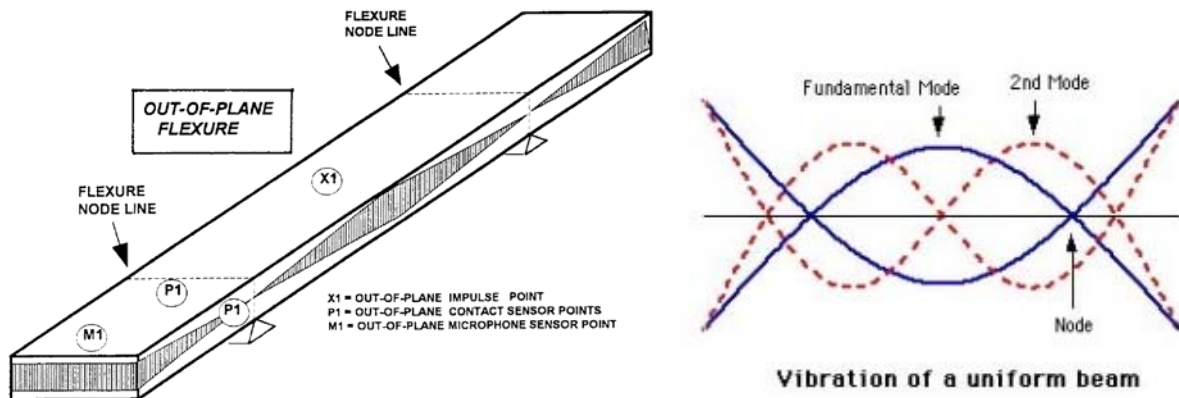
Mehanička svojstava materijala od izuzetne su važnosti za pravilnu primjenu i dizajn novih proizvoda. Osim same čvrstoće materijala zbog deformacija i periodičkih naprezanja kojima je materijal izložen tijekom primjene potrebno je znati i elastična svojstva materijala.

Kada se priča o kristalima budući da su oni anizotropni (imaju različita svojstva u različitim smjerovima), za potpuni opis njihovih elastičnih svojstava potrebno je uporabiti tenzore, a broj elemenata tenzora vrlo brzo raste kako se smanjuje simetrija kristalne rešetke. Stanje naprezanja u točki materijala također je tenzorska veličina. Ipak, veliki broj materijala u praksi, zbog polikristalne neorijentirane strukture ili zbog amorfne strukture moguće je aproksimirati kao homogene izotropne materijale. Tada je za karakterizaciju njihovih elastičnih svojstava (Youngovog modula elastičnosti, modula smicanja, modula kompresibilnosti i Poissonovog omjera) dovoljno eksperimentalno odrediti samo dvije veličine, a preostale dvije se izračunaju. Razvojem aparature za mjerenje Youngovog modula i smičnog modula u ovom radu otvara se mogućnost brze i jednostavne karakterizacije elastičnih svojstava uzoraka bez razaranja.

Osim uobičajenih laboratorijskih uređaja (osobno računalo, strujni izvor, osciloskop), za izradu aparature uporabljen je i fotooptički element TCST 1230 (ili TCST 1103) kao bez kontaktni senzor titranja ispitivanih uzoraka stakla. Odziv uzorka (titranje) na pobudu laganim udarcem/impulsom uspješno je opisan modelom prigušenog harmonijskog oscilatora, te je određena vlastita frekvencija titranja. Prema formulama navedenim u ASTM C1259 moguće je izračunati Youngov modul ispitivanog materijala. Na temelju usporedbe eksperimentalno dobivene vrijednosti Youngova modula elastičnosti stakla (60.7-67.4 GPa) s literaturnom vrijednosti za staklo (50-90 GPa) slijedi da je aparatura funkcionalna.

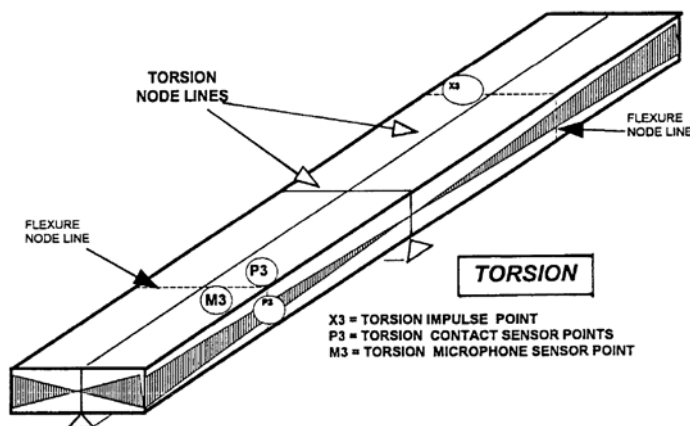
Eksperimentalni rad je moguće ukratko opisati na sljedeći način. Rezonantna frekvencija materijala mijenja s promjenom njegovih dimenzija što je i za očekivati budući da ovisi o masi i dimenzijama uzorka. Rezonantnu frekvenciju dobijemo nakon izazivanja pobude uzorka laganim udarcem, što bilježimo na računalu. Podatci su obrađeni u programu Origin 7.5 jednostavnim modelom harmonijskog prigušenog oscilatora (postavi se funkcija harmonijskog titranja u kojoj je jedan od parametara kružna frekvencija, te se s pomoću te funkcije opisuje dobiveno titranje). Prema priloženim karakteristikama fotooptičkog elementa<sup>(8)</sup> TCST 1103 vidljivo je da naponski odziv nije linearan na rubovima (najveće i

najmanje zasjenjenje IR diode), što se manifestira u nelinearnom odzivu velikih amplituda titranja, primjerice na slici 4.f, str. 28. Unatoč tome i dalje je moguće dobro procijeniti frekvenciju titranja. Na slici 4.b vidljivo je da početno titranje uzorka sadrži uz osnovnu rezonantnu frekvenciju/mod titranja više ostalih modova titranja koji se relativno brzo priguše, te kasnije dominira samo osnovni mod titranja (slika 5.a).



Slika 5.a) Osnovni mod titranja pri određivanju Youngovog modula (lijevo), te shematski prikaz osnovnog i višeg moda titranja homogene grede sa slobodnim krajevima (desno)<sup>(7)</sup>

Određivanje modula smicanja puno je zahtjevnije. Modul smicanja nije uspješno određen zato jer se pokazalo da su za mjerenje potrebni vrlo mali uzorci (manji od 40 mm), a njihova je amplituda titranja vrlo mala, dok je frekvencija titranja vrlo velika.



Slika 5.a) Osnovni mod titranja pri određivanju modula smicanja<sup>7</sup>

Daljnji rad potrebno je usmjeriti na unaprjeđenje samih oslonaca uzorka i bez kontaktnog senzora titraja kao ključnog elementa za uspješno određivanje vlastite frekvencije titranja malih uzoraka.

## 6. ZAKLJUČAK

Razvijena je aparatura za mjerenje Youngovog modula elastičnosti homogenih izotropnih materijala na osnovi izmjerene vlastite frekvencije titranja. Na temelju usporedbe eksperimentalno dobivene vrijednosti Youngova modula elastičnosti stakla (60.7-67.4 GPa) s literaturnom vrijednosti za staklo (50-90 GPa) slijedi da je aparatura funkcionalna. Osim uobičajenih laboratorijskih uređaja (osobno računalo, strujni izvor, osciloskop), za izradu aparature uporabljen je i fotooptički element TCST 1230 (ili TCST 1103) kao bez kontaktni senzor titranja ispitivanih uzoraka stakla. Odziv uzorka (titranje) na pobudu laganim udarcem/impulsom uspješno je opisan modelom prigušenog harmonijskog oscilatora, te je određena vlastita frekvencija titranja. Prema formulama navedenim u ASTM C1259 moguće je izračunati Youngov modul ispitivanog materijala. Određivanje modula smicanja puno je zahtjevnije. Modul smicanja nije uspješno određen zato jer se pokazalo da su za mjerenje potrebni vrlo mali uzorci (manji od 40 mm), a njihova je amplituda titranja vrlo mala, dok je frekvencija titranja vrlo velika. Daljnji rad potrebno je usmjeriti na određivanje modula smicanja.



## POPIS SIMBOLA

$E$  – Youngov modul elastičnosti,  $\text{N/m}^2$

$F$  – sila koja produljuje šipku ili štap,  $\text{N}$

$A_0$  – početni poprečni presjek šipke ili štapa u mirovanju,  $\text{mm}^2$

$\Delta L$  – produljuje šipke ili štapa,  $\text{m}$

$L_0$  – početna duljina šipke ili štapa,  $\text{m}$

$\sigma$  – naprezanje u šipki ili štapu,  $\text{N/mm}^2$

$\varepsilon$  – omjer produljenja šipke ili štapa i njene duljine (bez dimenzije ili  $\Delta L / L_0$ )

$\nu$  – Poissonov omjer

$\varepsilon_{\text{trans}}$  - poprečno (transverzalno) suženje ili skupljanje

$\varepsilon_{\text{axial}}$  - uzdužno (aksijalno) produljenje

$\tau$  – smično naprezanje,  $\text{N/mm}^2$

$\gamma$  – pomak po jedinici duljine

$K$  – modul kompresibilnosti,  $\text{Pa}$

$F_m$  – maksimalna sila,  $\text{N}$

$S_0$  – ploština početnog presjeka,  $\text{mm}^2$

$R_m$  – vlačna čvrstoća,  $\text{MPa}$

$v_L$  – brzina prostiranja longitudinalnih valova,  $\text{m/s}$

$v_T$  – brzina prostiranja transverzalnih valova,  $\text{m/s}$

$\rho$  – gustoća materijala,  $\text{kg/m}^3$

$m$  – masa grede,  $\text{g}$

$b$  – širina grede,  $\text{mm}$

$L$  – dužina grede,  $\text{mm}$

$t$  – debljina grede,  $\text{mm}$

$f_f$  – osnovna rezonantna frekvencija grede, Hz,

$T_1$  – korekcijski faktor za temeljnu rezonantnu frekvenciju koji uzima u obzir debljinu grede, Poissonov koeficijent itd.

$f_t$  – osnovna smična rezonantna frekvencija grede, Hz

$B, A$  – korekcijski faktori prema ASTM C1259

$P_1$  – amplituda, V

$P_2$  – vremenska konstanta, s

$P_3$  – kutna frekvencija, rad/s

$P_4$  – fazni pomak, rad

$P_5$  – offset, V

## LITERATURA

- [1] [HTTP://WWW.PHY.PMF.UNIZG.HR/~ATONEJC/1-9%20MEHANICKA%20SVOJSTVA.PDF](http://www.phy.pmf.unizg.hr/~atonejc/1-9%20MEHANICKA%20SVOJSTVA.PDF)
- [2] <http://www.phy.pmf.unizg.hr/~atonejc/9%20NNFizicka%20svojtva%20nanomaterijala.pdf>
- [3] [HTTPS://HR.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/YOUNGOV\\_MODUL\\_ELASTI%C4%8Dnosti](https://hr.wikipedia.org/wiki/Youngov_modul_elasti%C4%8Dnosti)
- [4] [http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d\\_417.html](http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html)
- [5] <http://www.imce.eu/youngs-modulus>
- [6] COURTNEY, H. T. Mechanical behaviour of materials, 2<sup>nd</sup> Edition, McGraw- Hill Higher Education, New York, 2000. ISBN 0-07-116171-6
- [7] ASTM C1259, Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio for Advanced Ceramics by Impulse Excitation of Vibration
- [8] [HTTP://WWW.MOUSER.COM/DS/2/427/TCST1103-240313.PDF](http://www.mouser.com/ds/2/427/TCST1103-240313.PDF)
- [9] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Youngov\\_modul\\_elasti%C4%8Dnosti](https://hr.wikipedia.org/wiki/Youngov_modul_elasti%C4%8Dnosti)
- [10] <http://brod.sfsb.hr/~ikladar/Materijali%20I/Vlacni%20pokus.pdf>
- [11] <http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=69647>
- [12] <http://www.scribd.com/doc/59288597/Alfirevi%C4%87-Nauka-o-%C4%8Dvrsto%C4%87i-1#scribd>
- [13] [http://rgn.hr/~smihalic/nids\\_snjezanamihalic/03\\_poglavlje.pdf](http://rgn.hr/~smihalic/nids_snjezanamihalic/03_poglavlje.pdf)

- [14] Govorčin Bajsić E., Materijali za predavanje iz kolegija „Struktura i svojstva materijala“, Dinamička struktura polimera, Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije, Zagreb, 2015.
- [15] <https://forum.nasaspacesflight.com/index.php?topic=36725.0>
- [16] Sutlović I., Materijali za predavanja iz kolegija „Mehanika materijala“, Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije, Zagreb, 2013.
- [17] Materijali za predavanja iz kolegija „Ne razorna ispitivanja“, Građevinski fakultet, Zagreb, 2012.
- [18] [http://www.tiepie.com/en/products/Oscilloscopes/Handyscope\\_HS3](http://www.tiepie.com/en/products/Oscilloscopes/Handyscope_HS3)

## **ŽIVOTOPIS**

Rođen sam u Koprivnici 3. svibnja 1992. Školovanje sam započeo 1999. godine u Podravskim Sesvetama u Osnovnoj školi Kloštar Podravski, područna škola Podravske Sesvete. Nakon završetka osnovne škole upisao sam srednju školu Vladimira Preloga u Zagrebu, zvanje kemijski tehničar. Po završetku srednje škole upisao sam preddiplomski studij Kemija i inženjerstvo materijala na Fakultetu kemijskog inženjerstva i tehnologije.