

# Pregled teorijskih modela nenewtonovskih fluida

---

**Klier, Monika**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Chemical Engineering and Technology / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:149:116780>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Chemical Engineering and Technology University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET KEMIJSKOG INŽENJERSTVA I TEHNOLOGIJE  
SVEUČILIŠNI PREDDIPLOMSKI STUDIJ

Monika Klier

ZAVRŠNI RAD

Zagreb, rujan 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET KEMIJSKOG INŽENJERSTVA I TEHNOLOGIJE  
SVEUČILIŠNI PREDDIPLOMSKI STUDIJ

Monika Klier

PREGLED TEORIJSKIH MODELA NENEWTONOVSKIH FLUIDA  
ZAVRŠNI RAD

Mentor: Vladimir Dananić, izv. prof. dr. sc.

Članovi ispitnog povjerenstva:

1. Vladimir Dananić, izv. prof. dr. sc.
2. Gordana Matijašić, prof. dr. sc.
3. Iva Movre Šapić, pred. dr. sc.

Zagreb, rujan 2020.

## **Zahvala**

*Zahvaljujem se mentoru i profesoru Vladimiru Dananiću na predloženoj temi, stručnom vođenju i savjetima pri izradi ovog završnog rada.*

*Zahvaljujem se svojim roditeljima na moralnoj podršci tijekom studiranja*

*Hvala svim profesorima i asistentima na prenesenom znanju tijekom studiranja na preddiplomskom studiju.*

*Hvala svim prijateljima na lijepim trenucima provedenim zajedno na fakultetu i van njega.*

## SAŽETAK RADA

### Pregled teorijskih modela nenewtonovskih fluida

Tema ovog završnog rada su teorijski modeli kojima se pokušava opisati ponašanje nenewtonovih fluida. Reološki dijagram daje grafički prikaz o ponašanju fluida tijekom različitih smičnih brzina, tj. tijekom različite brzine deformacije.

Nenewtonovi fluidi razlikuju se od newtonovih jer se njihova viskoznost mijenja sa smičnom brzinom, tj. s brzinom deformacije fluida.

Izvedeni su opći zakoni očuvanja koji vrijede za elementarni volumen fluida.

Opisan je utjecaj mikrostrukture na reološko ponašanje fluida te je povezan sa primjerima iz svakodnevnice.

*Ključne riječi : nenewtonovi fluidi, viskoznost, prividna viskoznost, reološki dijagram, smično naprezanje*

## SUMMARY

### A survey of theoretical models of non-newtonian fluids

This paper gives a survey of theoretical models of non-newtonian fluids which try to describe the flow of under certain conditions. A rheological diagram gives a graphical representation of the behavior of the fluid when different shear rates are applied.

Non-newtonian fluids differ from newtonian fluids because their viscosity is the function of shear rate.

General conservation laws are derived for an elementary volume.

The effect microstructure has on rheological behavior of fluid is illustrated and it is linked to common everyday examples.

*Key words : non-newtonian fluids, viscosity, apparent viscosity, rheological diagram, shear-strain*

## SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>2. OPĆI DIO I</b> .....	<b>2</b>
2.1. Viskoznost.....	2
2.2. Temeljni zakoni u mehanici fluida.....	5
2.2.1. Sustav .....	6
2.2.2. Zakon očuvanja mase .....	6
2.2.3. Zakon očuvanja energije.....	7
2.2.4. Zakon očuvanja količine gibanja.....	8
2.3. Mjerenje viskoznosti .....	12
<b>3. OPĆI DIO II</b> .....	<b>14</b>
3.1. Podjela nenevtonovih fluida.....	14
3.2. Vremenski neovisni nenevtonovi fluidi .....	15
3.2.1. Ostwald de Waeleovi fluidi .....	15
3.2.2. Pseudoplastični fluidi .....	16
3.2.3. Dilatantni fluidi .....	20
3.2.4. Viskoplastični fluidi .....	23
3.3. Vremenski ovisni nenevtonovi fluidi .....	25
3.3.1. Tiksotropija.....	25
3.3.2. Reopeksija .....	27
3.4. Viskoelastični fluidi .....	29
3.5. Utjecaj mikrostrukture na reološko ponašanje nenevtonovih fluida .....	32
<b>4. ZAKLJUČAK</b> .....	<b>36</b>
<b>5. LITERATURA</b> .....	<b>37</b>

## 1. UVOD

Postavimo li pitanje „Što je to fluid?“, možda je na njega najlakše odgovoriti ako fluid promatramo dok na njega djeluje neka sila i analiziramo njegovu deformaciju.

Sila koja djeluje na površinu fluida djeluje tangencijalno i naziva se tangencijalna sila, a naprezanje koje uzrokuje naziva se tangencijalno naprezanje.

Fluidi se prvenstveno dijele na kapljevine i plinove. Kapljevina zauzima oblik posude u kojoj se nalazi te ima konačan volumen koji se vrlo malo mijenja s promjenom temperature i tlaka, te se može smatrati slabo kompresibilnom.

Plinovi kada se zatvore u spremnik određenog volumena, ispunit će taj spremnik tako da volumen plina odgovara volumenu spremnika, time će se promijeniti tlak fluida ako je volumen plina na početku bio veći ili manji od volumena spremnika. Plinovi se smatraju kompresibilnima i volumen plina se jako mijenja s promjenom tlaka i temperature.<sup>2</sup>

Pošto kapljevine nisu stlačive, proučavati njihovo ponašanje kada se na njih djeluje nekom silom je od većeg interesa nego proučavati njihovo ponašanje pod različitim tlakovima.<sup>15</sup>

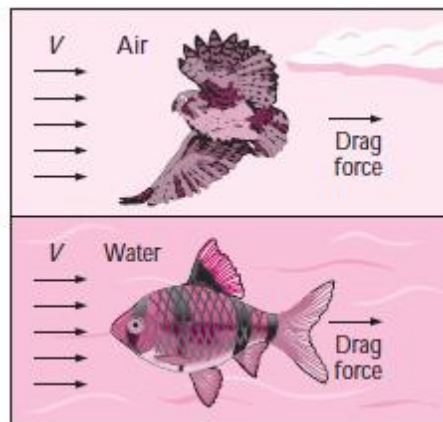


## 2. OPĆI DIO I

### 2.1. Viskoznost

Kada se dva čvrsta tijela nalaze u doticaju te su međusobno u relativnom gibanju, javlja se sila trenja na dodirnoj površini tih tijela. Da bi tijela ostala u relativnom gibanju stalno mora djelovati vanjska sila kako bi savladala silu trenja.

Slična je situacija i s fluidima kada su u relativnom gibanju prema nekoj čvrstoj površini. Ako se promatra gibanje čovjeka u zraku i u vodi, iz iskustva znamo da se lakše gibati u zraku nego u vodi. Može se reći da voda pruža veću silu otpora kada se osoba giba kroz nju. Razlog tomu je taj jer voda ima veću viskoznost. Viskoznost je svojstvo fluida koje opisuje otpor fluida deformaciji, točnije tečenju.<sup>4</sup>

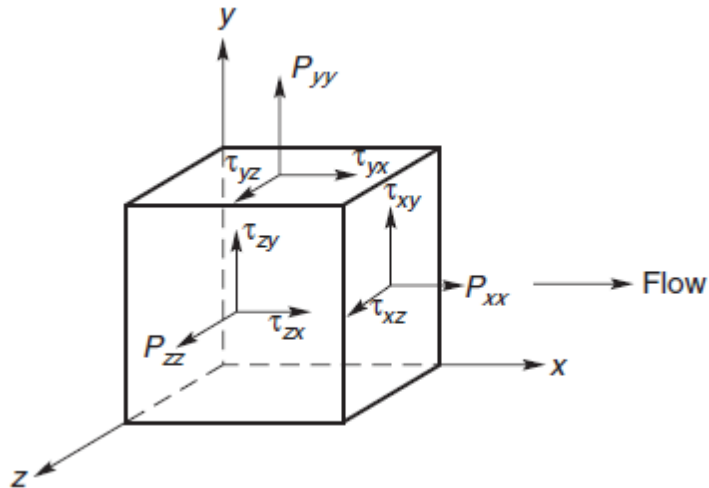


Slika 1. Sila otpora<sup>4</sup>

Promatra se fluid koji se nalazi između dvije velike paralelne ploče, razdvojene za udaljenost  $l$ , gdje stalna sila  $F$  djeluje na gornju ploču te se ona giba stalnom brzinom, dok donja ploča miruje. Gornja ploča povlači za sobom sloj fluida s kojim je u kontaktu s njom te se on giba u istom smjeru kao i gornja ploča. Tangencijalna sila,  $F_t$ , koja djeluje na sloj fluida uzrokuje smično naprezanje,  $\tau$ . Fluid se kontinuirano deformira pod utjecajem tangencijalne sile. Ovdje se promatra samo gibanje u smjeru osi  $x$  (jednodimenzionalno).

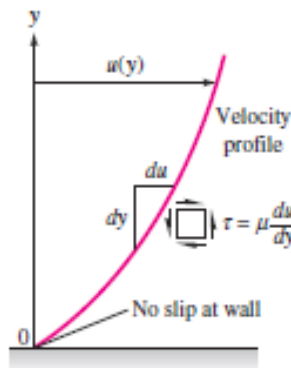
$$\tau = \frac{F_t}{A} \quad (1.1)$$

gdje  $A$  označava površinu između ploče i fluida.



**Slika 2.** Komponente naprezanja tijekom trodimenzionalnog gibanja fluida<sup>15</sup>

Svaki sljedeći sloj fluida će se gibati manjom brzinom od onog tik do gornje ploče jer svaki sljedeći sloj pruža otpor deformaciji zbog viskoznosti, drugim riječima, želi se nastaviti gibati brzinom kojom se gibao prije djelovanja sile. Između gornje i donje ploče razviti će se profil brzina koji ovisi o vrsti fluida, tlaku, temperaturi, sili i dodirnoj površini. (Slika 3.)



**Slika 3.** Profil brzina Newtonovog fluida<sup>3</sup>

Za fluide čija je ovisnost smičnog naprezanja o smičnoj brzini linearna vrijedi Newtonov zakon viskoznosti (1.4) i takvi se fluidi nazivaju newtonovim fluidima.<sup>4</sup> Konstanta proporcionalnosti je dinamička viskoznost,  $\mu$ , koja ima jedinicu Pa\*s. Često se zbog jednostavnosti upotrebljava izraz viskoznost umjesto dinamičke viskoznosti.<sup>6</sup>

Svi plinovi smatraju se newtonovim fluidima. Kapljevine koje se ponašaju prema newtonovom zakonu viskoznosti su voda, benzen, etanol, heksan i druge.<sup>5</sup>

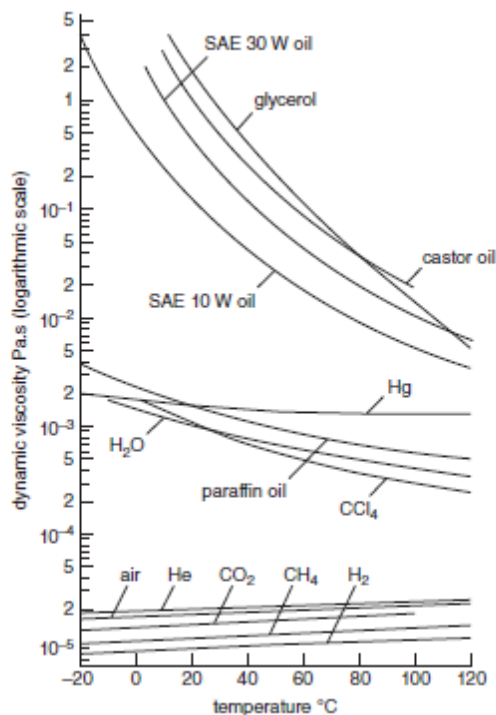
$$\tau = \eta \frac{dv}{dy} \quad (1.4.)$$

Za newtonove fluide viskoznost ovisi samo o temperaturi, ovisnost o tlaku smo zanemarili jer je vrlo mala, te se može se aproksimirati jednadžbom:<sup>6</sup>

$$\mu = \exp \left[ C \left( \frac{T_{ref}}{T} - 1 \right) \right] \eta_{ref} \quad (1.5.)$$

gdje  $\eta_{ref}$  predstavlja viskoznost na temperaturi  $T_{ref}$ , obično je to 293 K, a C je konstanta specifična za fluid.

Eksponencijalna ovisnost ukazuje na veliku promjenu viskoznosti fluida za malu promjenu temperature.<sup>6</sup>

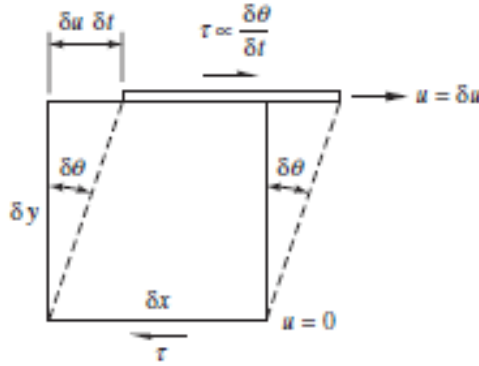


**Slika 4.** Ovisnost dinamičke viskoznosti o temperaturi<sup>6</sup>

Reološka svojstva fluida mogu se objasniti vezom između smičnog naprezanja ( $\tau$ ) i smične brzine ( $dv/dy$ ), tj. gradijenta brzine koji govori o tome kolika je deformacija fluida pod djelovanjem tangencijalne sile.<sup>1</sup> Ako se fluid promatra kao tijelo koje se deformira kada na njega djeluje sila, smična brzina se može promatrati i kao brzina kutne deformacije.<sup>3</sup>

$$\tau \propto \frac{d\theta}{dt} \quad (1.2)$$

$$\tau = \eta \frac{d\theta}{dt} \quad (1.3)$$



Slika 5. Kutna deformacija fluida<sup>3</sup>

## 2.2. Temeljni zakoni u mehanici fluida

Temeljni zakoni kojima se može opisati tok fluida su zakoni očuvanja i to:

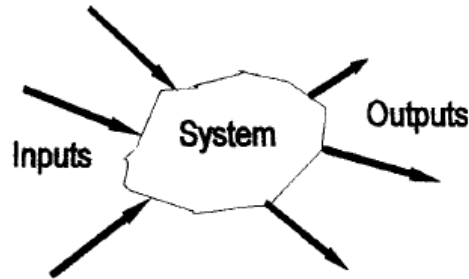
1. Zakon očuvanja mase
2. Zakon očuvanja energije (1. zakon termodinamike)
3. Zakon očuvanja količine gibanja (2. Newtonov zakon)

Ovi zakoni očuvanja čine početku točku od koje se rješava svaki problem u mehanici fluida.

U inženjerstvu je vrlo bitna sposobnost inženjera da primjeni svoja znanja i vještine u rješavanju realnih problema kod kojih je dostupnost svih informacija ograničena. Iskustvo u radu osobe rezultira time da donese dobre procjene i iskoristi informacije koje su joj dostupne u jednom sustav i primjeni ga na drugi sustav koji je sličan. Zakon očuvanja dimenzija („fruit salad“) jedan je od alata kojim se inženjeri koriste jer omogućava dizajn eksperimenta i prikupljanje podataka u teoretskom modelu sustava, tj. u kontroliranim uvjetima. Zakon se često koristi u mehanici fluida jer omogućava proširenje znanja o pojedinom problemu.<sup>1</sup>

### 2.2.1. Sustav

Spomenuti zakoni očuvanja primjenjuju se na sustav, točno definirano područje ili volumen fluida mikroskopskih ili makroskopskih dimenzija, kontrolni volumen, prikazan na slici 6.



Slika 6. Kontrolni volumen<sup>1</sup>

Opći zakon očuvanja:

$$BRZINA X NA ULAZU - BRZINA X NA IZLAZU = AKUMULACIJA X U SUSTAVU$$

gdje X predstavlja očuvanu količinu, npr. masu, energiju ili količinu gibanja.

Materijalni volumen (fluidno tijelo) je ekvivalentno sustavu materijalnih točaka u mehanici, te zatvorenom termodinamičkom sustavu u termodinamici, pa će svi zakoni mehanike i termodinamike biti direktno primjenjivi i na materijalni volumen.<sup>17</sup>

### 2.2.2. Zakon očuvanja mase

U kontrolni volumen prikazan na slici 1. svaka struja koja ulazi u sustav unosi sa sobom određenu količinu mase ( $\dot{m}_u$ ) a svaka struja koja izlazi iz sustava iznosi sa sobom određenu količinu mase ( $\dot{m}_i$ ).

$$\sum_{ulaz} \dot{m}_u - \sum_{izlaz} \dot{m}_i = \frac{dms}{dt} \quad (1.6)$$

gdje  $m_s$  predstavlja ukupnu masu kontrolnog volumena.

Za svaku struju može se pisati:

$$\dot{m} = \int_A d\dot{m} = \int_A \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \rho \vec{v} \cdot \vec{A} \quad (1.7)$$

Ukupni maseni tok kroz neku površinu je integral diferencijalnog masenog toka u svakoj točki te površine. Treba obratiti pozornost da je maseni protok skalarna veličina, dok su brzina strujanja i površina vektorske veličine čiji produkt daje skalar.

Za sustav u stacionarnom stanju, kada nema akumulacije mase ( $\frac{dms}{dt} = 0$ ), jednačba (2.1) reducira se na:<sup>1</sup>

$$\sum_{ulaz} \dot{m}u = \sum_{izlaz} \dot{m}u \quad (1.8)$$

Ako imamo jednu struju na ulazu i jednu struju na izlazu, a gustoća fluida je konstanta, uvrštavajući jednačbu (2.2) u (2.3) dobivamo :

$$\int_{Au} \vec{v} \cdot \vec{dA} \cdot \rho = \int_{Ai} \vec{v} \cdot \vec{dA} \cdot \rho \quad (1.9)$$

$$\int_A \vec{v} \cdot \vec{dA} = konst \quad (1.10)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{A} = konst \quad (1.11)$$

$$\dot{V} = konst \quad (1.12)$$

gdje  $\dot{V}$  predstavlja volumni protok fluida.<sup>2</sup>

### 2.2.3. Zakon očuvanja energije

Svaka struja koja ulazi i izlazi iz kontrolnog volumena na slici 1. nosi sa sobom određene oblike energije, unutarnju energiju ( $u$ ), kinetičku energiju ( $v^2/2$ ), potencijalnu energiju ( $gz$ ) i tlačnu energiju ( $p/\rho$ ), svi navedeni oblici energije su oblici vezani za samu tvar, tj. fluid.

Energija može prelaziti granicu kontrolnog volumena u obliku topline ( $Q$ ) i rada ( $W$ ). Toplina ima pozitivan predznak ako ulazi u kontrolni volumen, dok rad ima negativan predznak ako se vrši nad sustavom. Inženjeri promatraju rad kao nešto što je „korisno za čovjeka“. Ako sustav može vršiti rad za nas i on se dobiva od sustava, tj. sustav vrši rad, onda je taj rad pozitivan, dok je rad negativan ako se vrši nad sustavom. Prema tome može se napisati sljedeći zakon očuvanja energije:

$$\sum_{ulaz} \left( h + gz + \frac{v^2}{2} \right) \dot{m} - \sum_{izlaz} \left( h + gz + \frac{v^2}{2} \right) \dot{m} + \dot{Q} - \dot{W} = \frac{d}{dt} \left[ \left( u + gz + \frac{v^2}{2} \right) m \right]_{sus} \quad (1.13)$$

Ovdje  $h$  predstavlja entalpiju po jedinici mase,  $h = u + p/\rho$ . S desne strane nema člana  $p/\rho$  on predstavlja rad koji je potrebno obaviti da fluid tlaka  $p$  uđe u sustav, ako je on već u sustavu nema rada u desnoj strani jednadžbe.

Ako postoji samo jedna struja ulaza i jedna izlaza, jednadžba (2.8) postaje:

$$\Delta h + g\Delta z + \frac{1}{2} \Delta v^2 = q - w \quad (1.14)$$

Ako promatramo beskonačno malen volumen, možemo pisati:<sup>1</sup>

$$dh + gdz + vdv = \delta q - \delta w \quad (1.15)$$

#### 2.2.4. Zakon očuvanja količine gibanja

Zakon očuvanja količine gibanja može se napisati kao bilanca svi sila koje djeluju na sustav pošto je brzina promjene količine gibanja u vremenu jednaka sili:<sup>1</sup>

$$m \frac{dv}{dt} = ma = \sum F \quad (1.16)$$

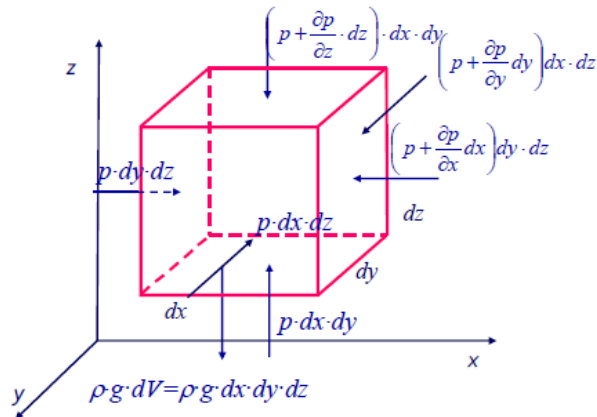
Sile koje djeluju na elementarni volumen su površinske i masene sile.<sup>16</sup> Masene sile su posljedica položaja mase u polju masenih sila. Površinske sile su sile dodira između čestica fluida ili između čestica fluida i stijenke.<sup>17</sup>

Integriranjem svih diferencijalnih sila dobiva se rezultanta svih sila koje djeluju na cijelu masu fluida i predstavlja jednadžbu količine gibanja individualnog volumena:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \vec{v} * \rho * dV = \int_{V(t)} \vec{a} * \rho * dV + \int_{S(t)} \vec{\sigma} * dS \quad (1.17)$$

gdje  $\int_{V(t)} \vec{a} * \rho * dV$  označava sumu masenih sila, a  $\int_{S(t)} \vec{\sigma} * dS$  označava sumu površinskih sila.<sup>17</sup>

Zakon očuvanja količine gibanja izvesti će se za materijalni volumen na slici 7. Taj elementarni volumen struji kroz prostor i postavlja se pitanje koje sile djeluju na taj djelić fluida.



**Slika 7.** Materijalni djelić fluida<sup>16</sup>

Tlačne sile smanjuju se samo u z smjeru zbog hidrostatskog tlaka, dok nema promjene u x i y smjeru.

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1.18)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.19)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho * g = 0 \quad (1.20)$$

Jednadžbe (1.18), (1.19) i (1.20) nazivaju se Eulerovim jednadžbama za fluid u mirovanju i predstavljaju bilancu površinskih sila i vanjske gravitacijske sile.

Kod viskozno fluida javljaju se sile trenja što rezultira pojavom smičnog naprezanja.

Smično naprezanje na prednjoj plohi  $dx dz$  elementarnog volumena glasi :

$$\tau = \eta \frac{dv}{dt} \quad (1.21)$$

Na stražnjoj plohi iznosi:

$$\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \quad (1.22)$$

Rezultirajuća smična sila iznosi

$$\left[ \left( \tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) - \tau * dz * dz \right] = \frac{\partial \tau}{\partial y} * dy * dx * dz \quad (1.23)$$



Uvrštavanjem (1.21) u (1.23) dobiva se:

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} * dy * dx * dz = \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} * dy * dx * dz \quad (1.24)$$

Pretpostavlja se da se promjena brzine  $v_x$  odvija i s obzirom na x i z os te se sumiranjem dobiva ukupna promjena smične sile:

$$\eta \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) * dy * dx * dz = dF_{tr} \quad (1.25)$$

Uzimajući u obzir i komponentu ubrzanja u smjeru osi x djeluje suma sila:

$$a_x \rho - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta * \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) * dy * dx * dz \quad (1.26)$$

Prema drugom Newtonovom zakonu, suma svih sila koja djeluje na elementarni volumen fluida u gibanju jednaka je inercijskoj sili koja uzrokuje gibanje.

$$F_i = \rho * dx * dy * dz * \frac{dv}{dt} \quad (1.27)$$

Promatrajući parcijalno za sve tri osi:

$$dv = \frac{\partial v_x}{\partial x} dx, \quad dv = \frac{\partial v_y}{\partial y} dy, \quad dv = \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \quad (1.28)$$

Diferenciranjem po dt:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\partial v_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} \\ \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\partial v_x}{\partial z} \frac{dz}{dt} \end{aligned} \quad (1.29)$$

gdje su  $v_x$ ,  $v_y$  i  $v_z$  komponente brzine u smjeru osi x, y i z:

$$\frac{dx}{dt} = v_x, \quad \frac{dy}{dt} = v_y, \quad \frac{dz}{dt} = v_z \quad (1.30)$$

Rezultanta sila inercije u smjeru osi x, uz mogućnost promjene brzine s vremenom:

$$F_i = \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) * \rho * dx * dy * dz * \quad (1.31)$$

Izraz u zagradi predstavlja supstitucionalni izvod ili individualnu vremensku derivaciju(materijalna derivacija) i označava se s  $\frac{Dv_x}{Dt}$ . Ako se prati gibanje elementarnog volumena fluida i ako se postupak diferenciranja provodi praćenjem kretanja čestice, tada se ovakav izvod naziva supstitucijalni.

$$\frac{Dv_x}{Dt} = \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (1.32)$$

Gdje je  $\frac{Dv_x}{Dt}$  promjena brzine fluida u zadanoj točki, a  $\frac{\partial v_x}{\partial t}$  je član koji ukazuje na nestacionarnost procesa.  $(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z})$  je konvektivna promjena veličine u prostoru(zbog promjene položaja)

Izjednačavanjem svih sila koje djeluju a elementarni volumen fluida:

sila inercije = sila gravitacije + tlačne sile + viskozne sile

Sve su sile u ravnoteži i vrijedi  $\sum F_i=0$  što nam i govori zakon o očuvanju količine gibanja.<sup>16</sup>

Zakon očuvanja se u skraćenom obliku može napisati:

$$\begin{aligned} \rho * \frac{Dv_x}{Dt} &= a_x * \rho - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \\ \rho * \frac{Dv_x}{Dt} &= a_x * \rho - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \\ \rho * \frac{Dv_x}{Dt} &= a_x * \rho - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (1.33)$$

ili

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = g\rho - \nabla p + \eta \nabla^2 v \quad (1.34)$$

Jednadžba (2.29.) predstavlja Navier-Stokesovu jednadžbu koja opisuje laminarno strujanje viskoznosti, newtonovih i nekompresibilnih fluida.

$\rho \frac{Dv}{Dt}$  predstavlja akumulaciju količine gibanja s vremenom i prijenos količine gibanja u prostoru

$g\rho$  predstavlja gravitacijsku silu

$-\nabla p$  predstavlja tlačnu silu koja djeluje na fluid

$\eta \nabla^2 v$  predstavlja viskozne sile

Svaki član ima dimenziju  $N/m^3$  koji odgovara sili koja djeluje na elementarni volumen.<sup>16</sup>

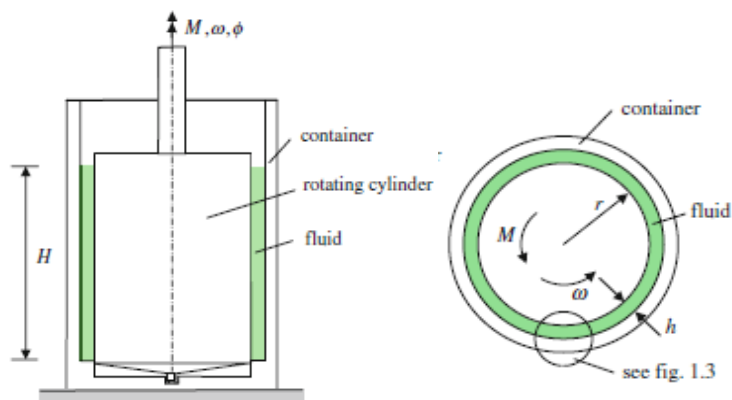
### 2.3. Mjerenje viskoznosti

Newtonovi fluidi su oni koji se ne ponašaju prema newtonovom zakonu viskoznosti te njihova viskoznost ovisi o smičnoj brzini.<sup>9</sup> Ovisnost smičnog naprežanja o smičnoj brzini nije linearna kao kod newtonovih fluida.<sup>11</sup>

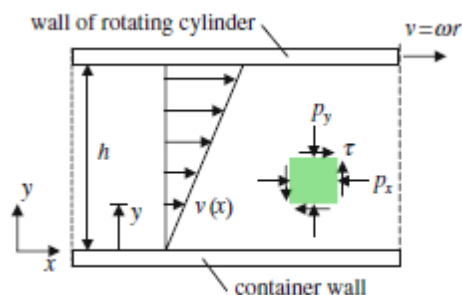
Na slici 8. prikazan je cilindrični viskometar koji se sastoji od spremnika i rotirajućeg cilindra. Prostor između cilindra i spremnika ispunjen je tekućinom. Na cilindar djeluje moment sile  $M$  te on počinje rotirati konstantnom brzinom  $\omega$ . Udaljenost  $h$  između cilindra i spremnika je vrlo mala zbog čega gibanje fluida možemo promatrati kao gibanje između dvije paralelno postavljene ravne ploče od kojih se gornja giba brzinom  $v$ , a donje miruje. Brzina gibanja fluida određena je<sup>8</sup>:

$$v_x = \frac{v}{h}y \quad v_y = v_z = 0 \quad v = \omega r \quad (1.35)$$

komponente brzine u  $y$  i  $z$  smjeru iznose 0. Izraz  $v = \omega r$  označava brzinu fluida na mjestu dodira fluida s površinom rotirajućeg cilindra.



**Slika 8.** Cilindrični viskometar



**Slika 9.** Profil brzina fluida između cilindra i spremnika

Djelić volumena fluida dimenzija  $dx$ ,  $dy$  i  $dz$  se pod utjecajem smičnog naprezanja deformira u vremenu  $dt$ . Deformacija fluida izražava se u promjeni kuta  $d\gamma$ :

$$d\gamma = \dot{\gamma} dt = \frac{dv_x dt}{dy} = \frac{dv_x}{dy} dt = \frac{v}{h} dt = \frac{wr}{h} dt \quad (1.36)$$

Ako se jednačba (1.36) podijeli s  $dt$ , dobiva se izraz za smičnu brzinu, tj. brzinu deformacije fluida.

$$\dot{\gamma} = \frac{dv_x}{dy} = \frac{v}{h} = \frac{r}{h} \omega \quad (1.37)$$

Smično naprezanje može se izračunati izjednačavanjem zakretnih momenata koji djeluju na djelić fluida, zakretnog momenta  $M$  i smičnog naprezanja  $\tau$  koji djeluje na površinu  $2r\pi H$ .

$$(\tau r)(2r\pi H) = M \quad (1.38)$$

$$\tau = \frac{M}{2r^2\pi H} \quad (1.39)$$

Viskometar bilježi ovisnost između momenta sile  $M$  i kutne brzine  $w$ . Koristeći jednačbe (1.38) i (1.39) možemo doći do ovisnosti između smičnog naprezanja i smične brzine.

Fluid je potpuno viskozozan ako smično naprezanje  $\tau$  jedino ovisi o smičnoj brzini  $\dot{\gamma}$ .

$$\tau = \tau(\dot{\gamma}) \quad (1.40)$$

Za nenewtonove fluide uvodi se ovisnost viskoznosti o smičnoj brzini. Ta viskoznost naziva se prividna viskoznost :

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1.41)$$

Jednadžba (1.40.) može se sada napisati kao:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (1.42)$$

Potencijski model koji opisuje ovisnost prividne viskoznosti o smičnoj brzini:

$$\eta(\dot{\gamma}) = K|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (1.43)$$

K označava koeficijent konzistencije, a n je indeks ponašanja toka. Oboje su funkcija temperature i ovise o vrsti fluida.<sup>8</sup>

### 3. OPĆI DIO II

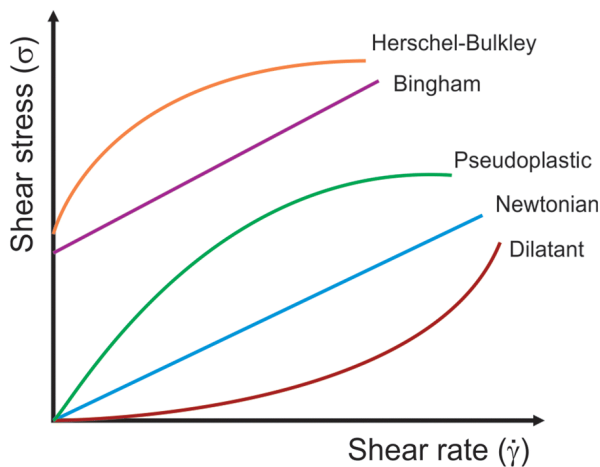
#### 3.1. Podjela nenewtonovih fluida

Nenewtonovi fluidi mogu se podijeliti u 3 skupine:

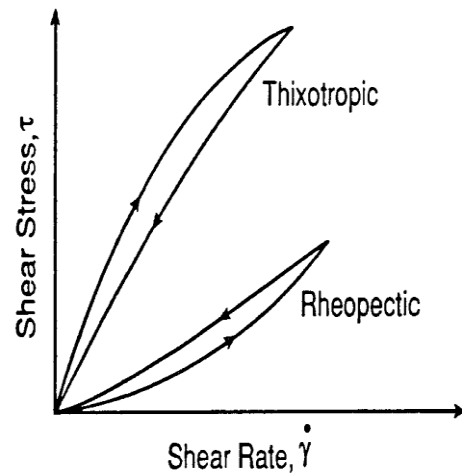
A vremenski neovisni – Ostwald de Waeleovi (pseudoplastični i dilatantni) i viskoplastični (Binghamovi i Herschel-Bulkleyevi)

B vremenski ovisni fluidi – tiksotropni i reopeksni

C viskoelastični fluidi<sup>12</sup>



**Slika 10.** Vremenski neovisni fluidi<sup>7</sup>



**Slika 11.** Vremenski ovisni fluidi<sup>13</sup>

## 3.2. Vremenski neovisni fluidi

### 3.2.1. Ostwald de Waeleovi fluidi

Za Ostwald de Waeleove fluide ovisnost smičnog napreznja o smičnoj brzini izražava se potencijalnim modelom:<sup>12</sup>

$$\tau = K \left( -\frac{dv}{dy} \right) = K \dot{\gamma}^n \quad (2.1)$$

K označava koeficijent konzistencije, a n je indeks ponašanja toka. Oba su empirijski dobiveni i ovise o temperaturi i vrsti fluida.<sup>8</sup>

Za  $n < 1$  viskoznost fluida opada s povećanjem smične brzine, govorimo o pseudoplastičnom fluidu

$n = 1$  viskoznost se ne mijenja s promjenom smične brzine, govorimo o newtonovom fluidu

$n > 1$  viskoznost fluida raste s povećanjem smične brzine, govorimo o dilatantnom fluidu<sup>11</sup>

Nedostatak potencijalnog modela je taj da vrijedi samo za određeno područje vrijednosti smične brzine i ne može predvidjeti viskoznost pri beskonačnoj smičnoj brzini i vrlo maloj smičnoj brzini.<sup>15</sup>

U tablici 1. dane su konstante K (u tablici K je označeno s M) i n za različite nenenewtonove fluide:<sup>15</sup>

**Tablica 1.** Vrijednosti K i n za različite sustave<sup>15</sup>

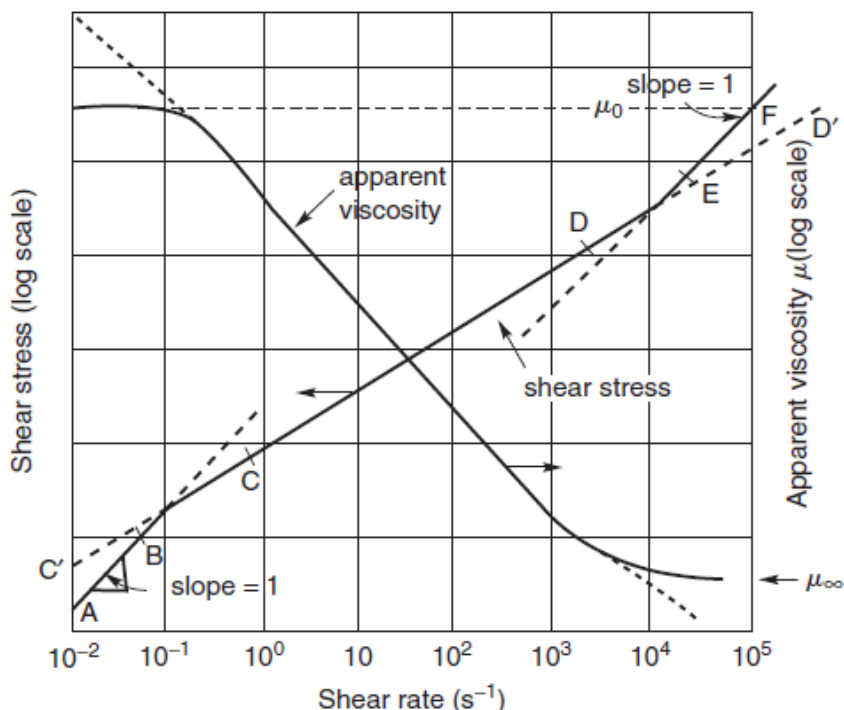
System	Temperature (K)	<i>n</i>	M (Pa s <sup>n</sup> )
<b>Agro- and food-related products</b>			
Ammonium alginate solution (3.37%)	297	0.5	13
Apple butter	-	0.15	200
Apple sauce	300	0.3-0.45	12-22
Apricot puree	300	0.3-0.4	5-20
Banana puree	293-315	0.33-0.5	4-10
Carrot puree	298	0.25	25
Chicken (minced)	296	0.10	900
Chocolate	303	0.5	0.7
Guava puree	296.5	0.5	40
Human blood	300	0.9	0.004
Mango pulp	300-340	0.3	3-10
Marshmallow cream	-	0.4	560
Mayonnaise	298	0.6	5-100
Papaya puree	300	0.5	10
Peach puree	300	0.38	1-5
Peanut butter	-	0.07	500
Pear puree	300	0.4-0.5	1-5
Plum puree	287	0.35	30-80
Tomato concentrate (5.8% solid)	305	0.6	0.22
Tomato ketch up	295	0.24	33
Tomato paste	-	0.5	15
Whipped desert toppings	-	0.12	400
Yoghurt	293	0.5-0.6	25
<b>Polymer melts</b>			
High density polyethylene (HDPE)	453-493	0.6	3.75-6.2 × 10 <sup>3</sup>
High impact polystyrene	443-483	0.20	3.5-7.5 × 10 <sup>4</sup>
Polystyrene	463-498	0.25	1.5-4.5 × 10 <sup>4</sup>
Polypropylene	453-473	0.40	4.5-7 × 10 <sup>3</sup>
Low density polyethylene (LDPE)	433-473	0.45	4.3-9.4 × 10 <sup>3</sup>
Nylon	493-508	0.65	1.8-2.6 × 10 <sup>3</sup>
Polymethylmethacrylate (PMMA)	493-533	0.25	2.5-9 × 10 <sup>4</sup>
Polycarbonate	553-593	0.65-0.8	1-8.5 × 10 <sup>3</sup>
<b>Personal care products</b>			
Nail polish	298	0.86	750
Mascara	298	0.24	200
Toothpaste	298	0.28	120
Sunscreen lotions	298	0.28	75
Ponds cold cream	298	0.45	25
Oil of Olay	298	0.22	25

### 3.2.2. Pseudoplastični fluidi

Najčešći primjer nenenewtonovog fluida koji se susreće je pseudoplastični fluid. Prividna viskoznost fluida opada s povećanjem smične brzine.

Pri vrlo velikim i vrlo malim smičnim brzinama većina polimera koji se ponašaju kao pseudoplastični fluidi ponašaju se kao newtonovi fluidi (pravci AB i EF), ovisnost smičnog naprezanja o smičnoj brzini linearna je kao što je prikazano na slici 12. Zbog toga prividna

viskoznost pri vrlo malim smičnim brzinama naziva se nulta prividna viskoznost, a pri vrlo velikim smičnim brzinama beskonačna prividna viskoznost.<sup>15</sup>



Slika 12. Reološki dijagram pseudoplastičnog fluida<sup>15</sup>

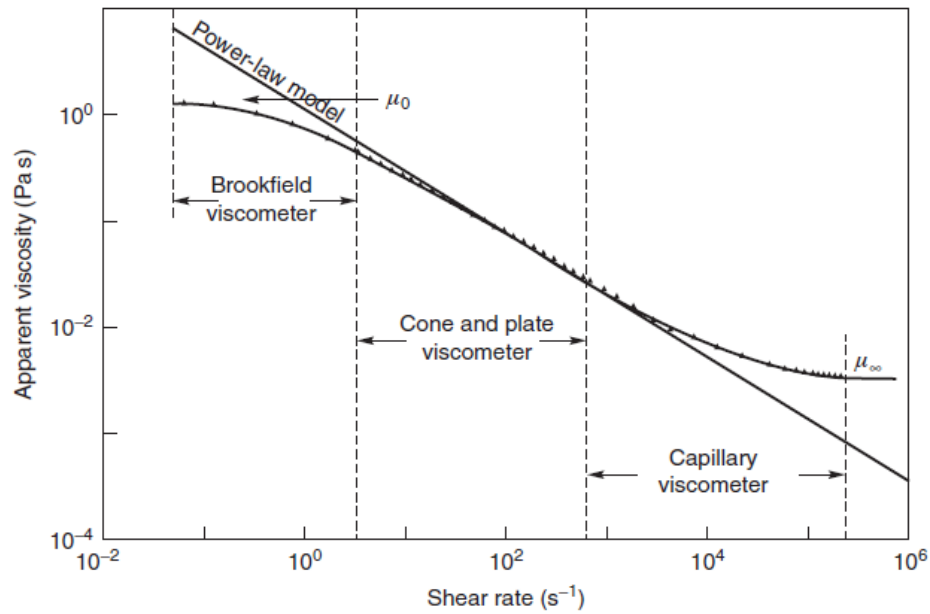
U literaturi je teško za naći primjere koji mogu dati podatke o ponašaju pseudoplastičnog fluida da sva područja smičnih brzina, prvenstveno jer instrument kojim se mjeri nema dovoljnu osjetljivost u području malih smičnih brzina i dovoljnu robustnost u području velikih smičnih brzina, pa se zbog toga koristi više instrumenata da se dobiju podaci za cijeli spektar smičnih brzina. Slika 13. prikazuje prividnu viskoznost vodene otopine poliakrilamida pri 293 K za smične brzine koje se kreću od područja veličina  $10^{-2}$  do  $10^6$ . Prividna viskoznost fluida pada s 1400 mPas na 4,2 mPas kako smična brzina ide iz jednog krajnjeg područja u drugo, upravo zbog toga ne možemo ovakvom fluidu pripisati samo jednu vrijednost viskoznosti za sve smične brzine.

Pri kojim vrijednostima smičnih brzina će se javiti nulta i beskonačna prividna viskoznost ovisi o vrsti i koncentraciji polimera, distribuciji molekulske mase, vrsti otapala, itd. Ove vrijednosti je teško generalizirati, ali većina materijala pokazuje nultu viskoznost ispod  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$  i beskonačnu prividnu viskoznost iznad  $10^5 \text{ s}^{-1}$ .

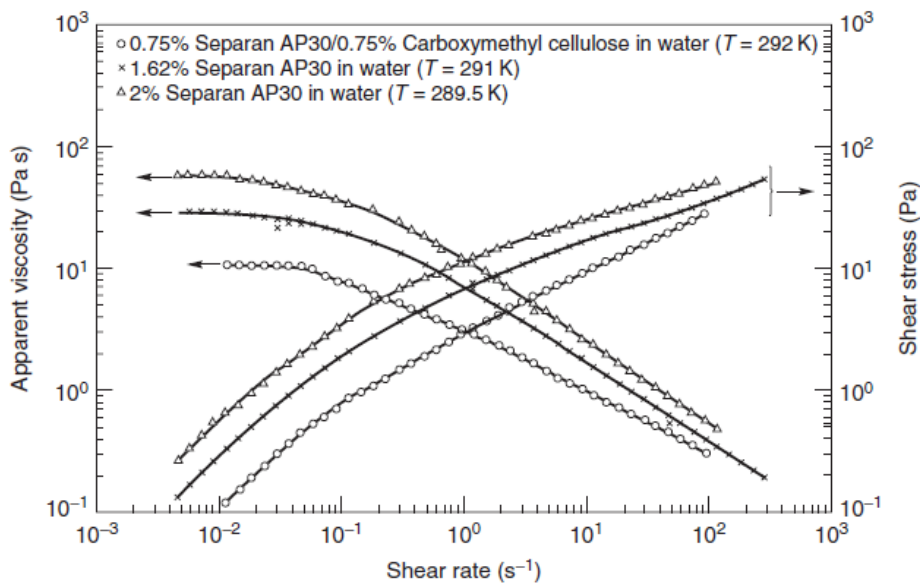
Područje smičnih brzina tijekom kojeg je prividna viskoznost konstantna povećava se sa smanjenjem molekulske mase polimera, s užom raspodjelom molekulske mase polimera i sa smanjenjem koncentracije polimera. Ova pojava se može interpretirati da što se otopina više ponaša kao čisto otapalo, to će se više ponašati kao Newtonov fluid preko većeg područja smičnih brzina.



Ove vrijednosti je teško generalizirati, ali većina materijala pokazuje nultu viskoznost ispod  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$  i beskonačnu prividnu viskoznost iznad  $10^5 \text{ s}^{-1}$ .<sup>15</sup>



**Slika 13.** Nulta prividna viskoznost i beskonačna prividna viskoznost za vodenu otopinu poliakrilamida (pseudoplastični fluid)<sup>15</sup>



**Slika 14.** Ovisnost smičnog napreznja o smičnoj brzini za tri različita pseudoplastična fluida<sup>15</sup>

Kada postoje odstupanja od jednadžbe (1.43), potrebno je uzeti u obzir nultu,  $\mu_0$  i beskonačnu,  $\mu_\infty$  prividnu viskoznost. Carreau je predložio model za prividnu viskoznost koja uzima u obzir  $\mu_0$  i  $\mu_\infty$ .

$$\frac{(\eta - \eta_\infty)}{(\eta_0 - \eta_\infty)} = \{1 + (\lambda\dot{\gamma})^2\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.2)$$

gdje su  $n$  i  $\lambda$  eksperimentalno dobiveni parametri.

Ovaj model objašnjava ponašanje pseudoplastičnog fluida pri malim i velikim vrijednostima smične brzine, ali je potrebno poznavati 4 parametra modela -  $n$ ,  $\lambda$ ,  $\eta_0$  i  $\eta_\infty$ . Predviđa ponašanje prema newtonovom zakonu viskoznosti ( $\eta = \eta_0$ ) kada vrijedi  $n=1$  ili  $\lambda = 0$  ili vrijedi oboje.

Cross je predložio svoj model s 4 parametra koji je dobio širu upotrebu.

$$\frac{(\eta - \eta_\infty)}{(\eta_0 - \eta_\infty)} = \frac{1}{1 + k(\dot{\gamma})^n} \quad (2.3)$$

gdje su  $n(<1)$  i  $k$  eksperimentalno dobiveni parametri,  $\mu_0$  je nulta prividna viskoznost a  $\eta_\infty$  beskonačna prividna viskoznost.

Kada  $k \rightarrow 0$  model opisuje ponašanje prema newtonovm zakonu. Kada  $\eta \ll \eta_0$  i  $\eta \gg \eta_\infty$  Crossov model postaje potencijski model viskoznosti (1.43).

Ellisov model se koristi kada su odstupanja od potencijskog modela izražena samo pri malim smičnim brzinama.

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + (\tau/\tau_{\frac{1}{2}})^{\alpha-1}} \quad (2.4)$$

gdje je  $\eta_0$  nulta prividna viskoznost, a  $\alpha$  i  $\tau_{\frac{1}{2}}$  su eksperimentalno dobiveni parametri.

Indeks  $\alpha$  označava brzinu smanjenja viskoznosti pseudoplastičnog fluida, što je  $\alpha$  veći, to se viskoznost brže mijenja.  $\tau_{\frac{1}{2}}$  označava iznos smičnog naprežanja kada prividna viskoznost padne za pola svoje vrijednosti nulte prividne viskoznosti. Kada i  $\tau_{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$  jednadžba (2.4) predviđa ponašanje prema newtonovom zakonu viskoznosti. <sup>15</sup>

**Tablica 2.** Reološki modeli pseudoplastičnih fluida<sup>15</sup>

rheological model	equation	parameters
<ul style="list-style-type: none"> <li>power-law model of Ostwald and de Waele</li> <li>Cross model</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\eta(\dot{\gamma}) = \kappa \dot{\gamma}^{n-1}</math></li> <li><math>\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = [1 + (\lambda \dot{\gamma})^m]^{-1}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n</math> the dimensionless power-law exponent [-]</li> <li><math>\kappa</math> the consistency index [Pa s<sup>n</sup>]</li> <li><math>\eta_0</math> the zero-shear-rate viscosity [Pa s]</li> <li><math>\eta_{\infty}</math> the infinite-shear-rate viscosity [Pa s]</li> <li><math>m</math> the Cross-law exponent, with <math>m=1-n</math> [-]</li> <li><math>\lambda</math> a time constant, describing the onset of the shear-thinning region in the viscosity curve [s]</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Carreau-Yasuda model</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = [1 + (\lambda \dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\eta_0</math> the zero-shear-rate viscosity [Pa s]</li> <li><math>\eta_{\infty}</math> the infinite-shear-rate viscosity [Pa s]</li> <li><math>a</math> dimensionless parameter, describing the transition region between zero-shear-rate viscosity and power-law region [-]</li> <li><math>n</math> the power-law exponent [-]</li> <li><math>\lambda</math> a time constant, describing the onset of the shear-thinning region in the viscosity curve [s]</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Bingham model</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\eta(\dot{\gamma}) = \mu + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\tau_0</math> yield stress [Pa]</li> <li><math>\mu</math> constant viscosity, after the yield stress is reached [Pa s]</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Herschel-Bulkley model</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\eta(\dot{\gamma}) = \kappa \dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\tau_0</math> yield stress [Pa]</li> <li><math>n</math> the power-law exponent [-]</li> <li><math>\kappa</math> the consistency index [Pa s<sup>n</sup>]</li> </ul>

### 3.2.3. Dilatantni fluidi

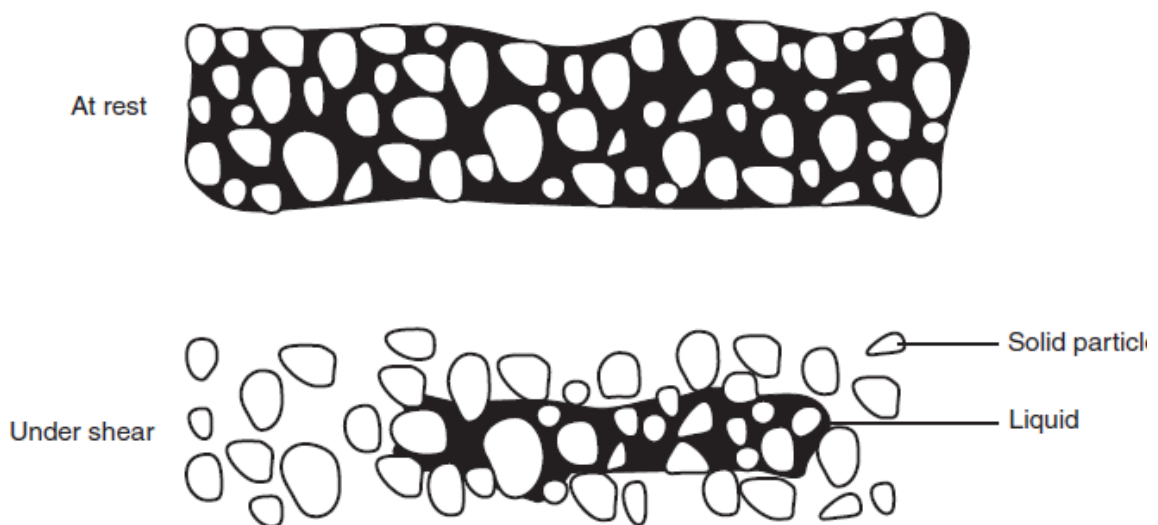
Dilatantni fluidi su oni kojima prividna viskoznost raste s porastom smične brzine.<sup>15</sup> Ako bi se ovakvi fluidi miješali, osjetio bi se sve veći otpor što brže miješamo, tj. trebalo bi uložiti sve veću silu da prevladamo otpor fluida gibanju.

Tipični fluidi koji pokazuju dilatantno ponašanje su koncentrirane suspenzije kaolinita, minerala koji se nalazi u glinama, titanijevog oksida i škrobnog brašna otopljenog u vodi.

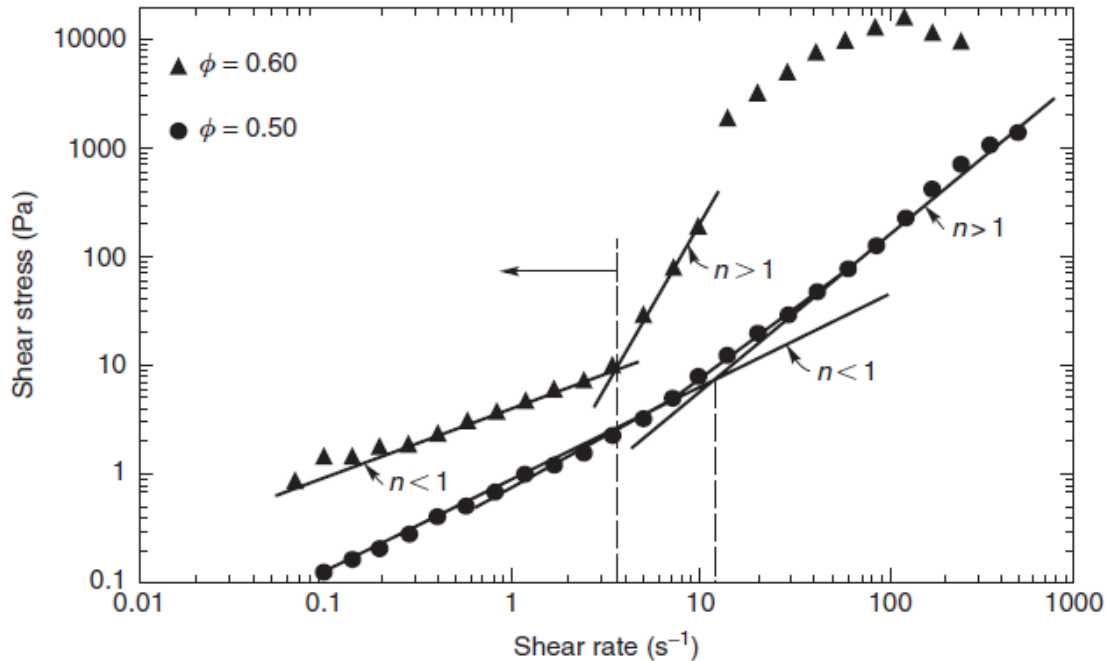
Ovakvo ponašanje fluida prvi put je opaženo kod koncentriranih suspenzija te se njihovo ponašanje pokušalo objasniti time da kada suspenzija miruje, prostor između čvrstih čestica ispunjen je tekućinom. Pri malim smičnim brzinama, fluid smanjuje trenje između čestica koje se

mimoilaze i smična naprezanja su mala. Pri velikim smičnim brzinama, materijal se lagano širi, tako da nema više dovoljno tekućine da ispuni sav prostor između čestica i smanji trenje prilikom direktnog kontakta tijekom gibanja, što rezultira većim trenjem i time većim smičnim naprežanjem. Ovakvo gibanje uzrokuje nagli skok prividne viskoznosti pri velikim smičnim brzinama.

Za neke dilatantne fluide koji nisu suspenzije ali im se prividna viskoznost povećava s povećanjem smične brzine ne vrijedi ovaj model opisa ponašanja fluida jer nisu prave suspenzije, naprimjer neke škrobne paste.<sup>15</sup>



**Slika 15.** Shematski prikaz uzroka povećanja prividne viskoznosti<sup>15</sup>



**Slika 16.** Reološki dijagram polivinilklorida (PVC) dispergiranog u dioktilftalatu (DOP)\* pri 298 K<sup>15</sup>

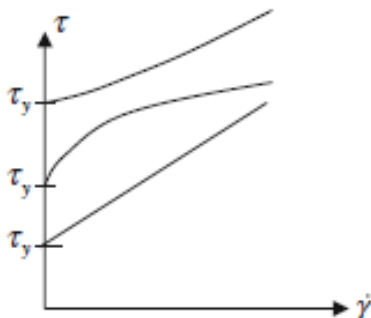
Na slici 16. prikazano je ponašanje polivinilklorida (PVC) dispergiranog u dioktilftalatu (DOP)\* pri 298 K. Može se uočiti da pri velikim smičnim brzinama sustav pokazuje dilatantno ponašanje, dok pri malim smičnim brzinama sustav pokazuje pseudoplastično ponašanje.

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.5)$$

Iz jednadžbe se može vidjeti da se viskoznost povećava s povećanjem smične brzine ako  $n > 1$ . Dilatantno ponašanje opaža se u koncentriranim suspenzijama pri velikim smičnim brzinama, ali te iste suspenzije mogu pokazivati pseudoplastično ponašanje pri malim smičnim brzinama, kako je i prikazano na slici 15. Nije moguće utvrditi da li ti materijali pokazuju granične vrijednosti prividne viskoznosti.

Dilatantni fluidi se smatraju manje rasprostranjenima u granama kemijske i prehrambene industrije, stoga su se puno manje proučavali i postoji manji broj eksperimentalnih podataka za ovu vrstu fluida. Tijekom 90ih godina prošlog stoljeća raste interes za transport sustava s velikim udjelom čvrstih čestica pa se i ovaj tip fluida sve više proučava.

### 3.2.4. Viskoplastični fluidi



**Slika 17.** Reološki dijagram viskoplastičnih fluida

Slika 17. pokazuje ovisnost smičnog napreznja o smičnoj brzini za viskoplastične fluide. Ti fluidi se ponašaju kao krutina (smična brzina je 0) kada je smično napreznje manje od minimalnog smičnog napreznja ( $\tau_0$  koji je na slici označen s  $\tau_y$ ),  $\tau < \tau_0$ . Ponašanje je elastično.

Kada je smično napreznje veće od minimalnog smičnog napreznja (granice tečenja),  $\tau > \tau_0$  počinje tečenje. Fluid se smatra nekompresibilnim.

Viskoplastični fluidi također imaju prividnu viskoznost beskonačno veliku tik prije početka tečenja fluida (za beskonačno male smične brzine). Točka granice tečenja može se promatrati kao prijelazno stanje fluida između čvrstog i tekućeg stanja koje se događa kroz vrlo mali razmak smičnih brzina, a prividna viskoznost može varirati za par redova veličina između ta dva stanja.

Česti primjeri s kojima se susrećemo u industriji su suspenzije, emulzije, kapljevine za bušenje, krv, kapljevine u prehrambenoj industriji...<sup>15</sup>

#### Binghamov fluid

Najjednostavniji model viskoplastičnog fluida je model Binghamovog fluida<sup>8</sup>, nazvan prema profesoru Eugene Cook Binghamu, koji je zaslužan za mnoge znanstvene doprinose u području reologije.<sup>14</sup> Kada teče, fluid se ponaša poput Newtonovog fluida.<sup>8</sup>

Ponašanje se može objasniti tako da kada fluid ne teče postoje trodimenzionalne strukture dovoljne krutosti da se suprotstave vanjskim tangencijalnim silama koje uzrokuju napreznje manje od  $\tau_0$ . Za napreznja veća od  $\tau_0$  struktura se urušava i fluid se ponaša poput viskozne tvari.<sup>15</sup>

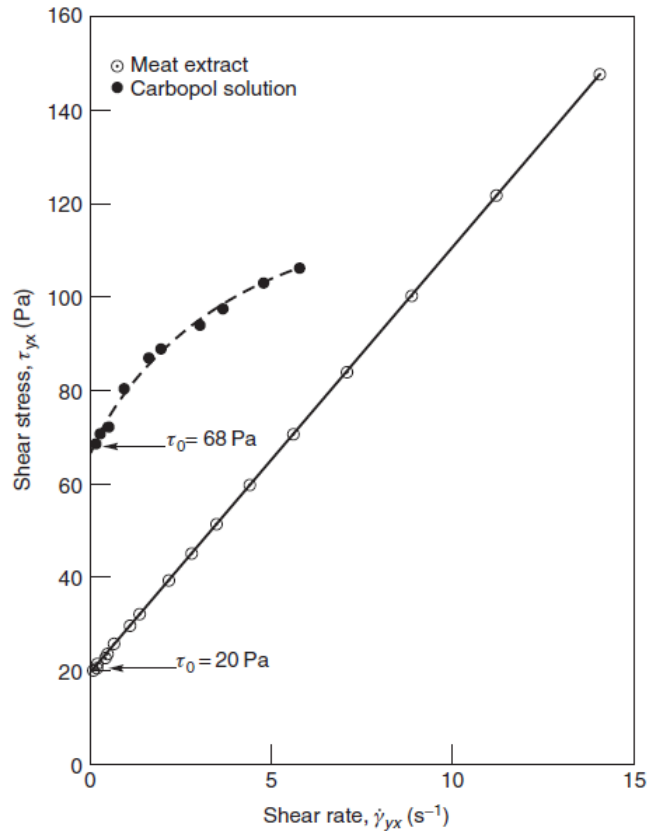
Matematički model kojim se opisuje gibanje Binghamovog modela u smjeru osi x (slika 2):<sup>15,12</sup>

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_0 + \mu_p(\dot{\gamma}) & \text{za } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{za } \tau < \tau_0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

gdje je  $\tau_0$  granica tečenja,  $\mu_p$  je plastična viskoznost (Pa s), a  $\dot{\gamma}$  smična brzina.<sup>12,15</sup>

### Herschel Bulkley fluid

Za ove fluide je karakteristična granica tečenja,  $\tau_0$  i nelinearna ovisnost smičnog napreznja o smičnoj brzini.<sup>15</sup> Možemo ih promatrati kao pseudoplastične ili dilatantne fluide s granicom tečenja.<sup>12</sup>



**Slika 18.** Ovisnost smičnog napreznja o smičnoj brzini viskoplastičnih fluida na primjeru ekstrakta mesa (Binghamov fluid) i vodenoj otopini karbopol polimera (Herschel Bulkleyev fluid)<sup>15</sup>

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_0 + K_{HB}(\dot{\gamma})^n & \text{za } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{za } \tau < \tau_0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

gdje je  $\tau_0$  granica tečenja,  $K_{HB}$  je koeficijent konzistencije ( $Pa s^n$ ), a  $n$  je indeks ponašanja toka.<sup>12,15</sup>

### 3.3. Vremenski ovisni nenevtonovi fluidi

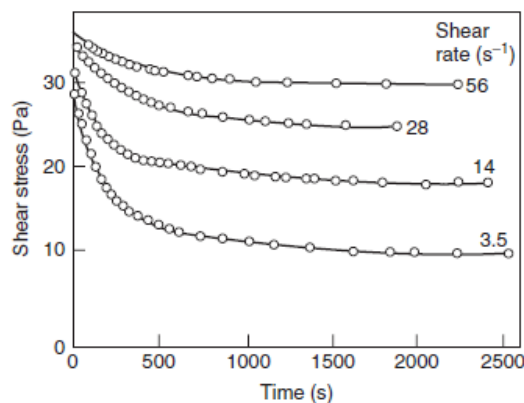
U praksi se često ponašanje fluida ne može opisati jednostavnim jednažbama poput (2.8) i (2.9) te prividna viskoznost često ovisi ne samo o smičnoj brzini nego i o vremenu kada je fluid izložen djelovanju sile. Često nakon nekog vremena dolazi do promjene u uređenoj unutrašnjoj strukturi fluida.<sup>15</sup>

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.8)$$

$$\tau = K \left( -\frac{dv}{dy} \right) = K\dot{\gamma}^n \quad (2.9)$$

#### 3.3.1. Tiksotropija

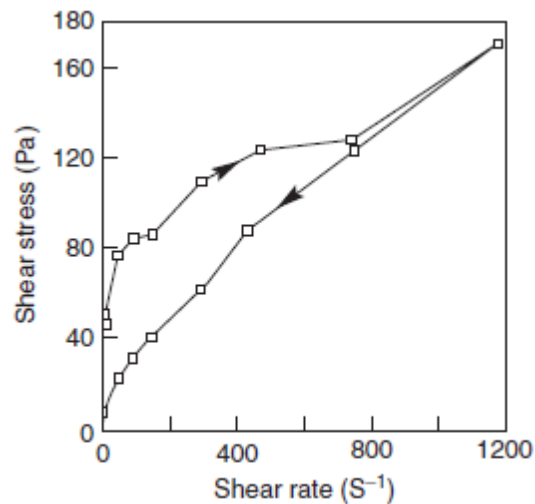
Može se reći da fluid pokazuje svojstvo tiksotropije ako mu se pri stalnoj smičnoj brzini vrijednost prividne viskoznosti smanjuje s vremenom. Tiksotropiju pokazuju koncentrirane suspenzije, suspenzije različitih tipova glina poput bentonitne i laponitne, emulzije, tekućine za bušenje, naftni derivati, otopine proteina i slično. Kada se neke tvari poput suspenzije bentonita u vodi crvenog mulja u vodi, cementne paste i nafta izlože sili koja uzrokuje deformaciju dolazi do razaranja povezanih unutrašnjih strukturnih jedinica i viskoznost takvih tvari se smanjuje. Najveća promjena u viskoznosti događa se na početku pojave smičnog naprezanja, a s vremenom se smanjuje jer je sve manje dostupnih dobro povezanih jedinica za razaranje. Uz proces razaranja dolazi i do procesa ponovnog povezivanja strukturnih jedinica sve dok se ne postigne stanje dinamičke ravnoteže i više se ne opaža promjena u viskoznosti.



**Slika 19.** Pojava tiksotropije u 59% suspenziji crvenog mulja (otpadna voda iz industrije prerade aluminijske) <sup>15</sup>



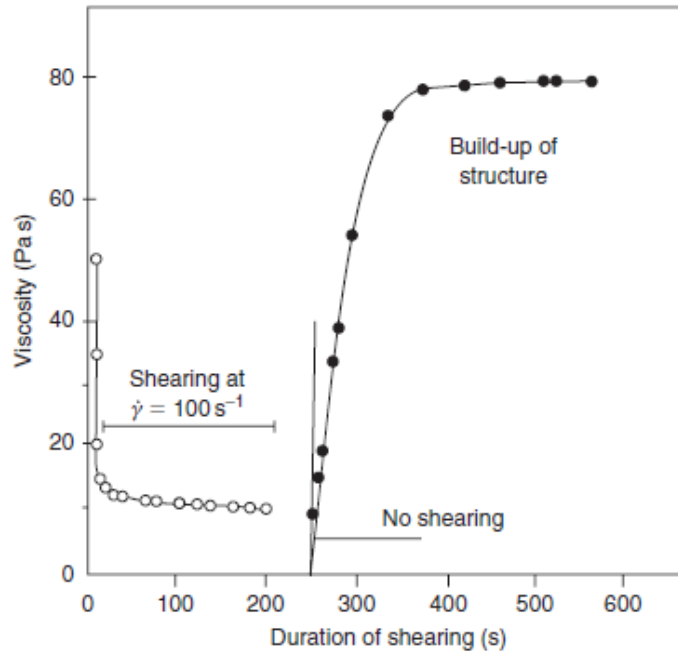
Ako je reološki dijagram izmjeren u eksperimentu u kojem se smična brzina prvo povećava od nula do neke maksimalne vrijednosti a zatim smanjuje natrag do nule, dobije se petlja histereze prikazana na slici 20.



**Slika 20.** Tiksotropno ponašanje cementne paste<sup>15</sup>

Visina, veličina i površina unutar petlje ovisi o vremenu smičnog naprežanja, brzini promjene smične brzine i kinematičkoj prošlosti fluida, tj. prošla naprežanja koja su se pojavila u fluidu utječu na daljnja naprežanja.

Nekada je moguće obnoviti strukturu ponovnim povezivanjem strukturnih jedinica, do toga dolazi kada se ukloni smično naprežanje i nastupi period mirovanja, a time se postiže početna vrijednost viskoznosti, slika 21.



**Slika 21.** Razaranje i obnova strukture osobnog losiona autora<sup>15</sup>

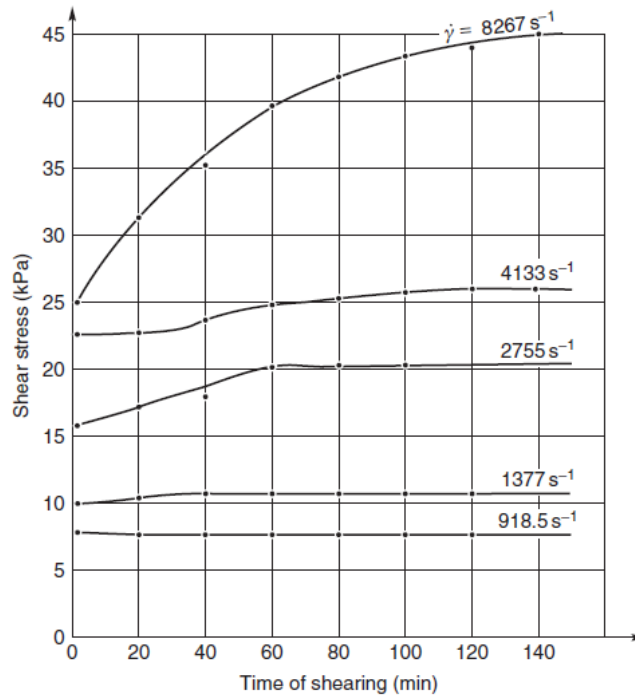
Vidljiv je pad viskoznosti s 80 na 10 Pas u 5-10 sekundi pri smičnoj brzini  $100 \text{ s}^{-1}$ , a nakon uklanjanja sile nakon 50-60 sekundi dolazi do povećanja viskoznosti do početne vrijednosti.<sup>15</sup>

### 3.3.2. Reopeksija

Reopeksija je pojava povećanja prividne viskoznosti s povećanjem smične brzine i u praksi se susreće jako rijetko. Kod fluida s reopeksijom unutrašnja struktura se učvršćuje s povećanjem smične brzine, a s mirovanjem se razara. Česta je pojava i potpunog razaranja strukture nakon određene vrijednosti smičnog naprezanja, što dovodi do jako velikog smanjenja viskoznosti.

Reopeksiju pokazuju suspenzije amonijevog oleata, koloidne suspenzije vanadijevog pentaoksida pri umjerenim vrijednostima smične brzine, suspenzije čestica ugljena i otopine proteina.

Za neke disperzije česta je i pojava tiksotropije i reopeksije u određenim područjima smične brzine.



**Slika 22.** Reopeksija u zasićenom poliesteru pri 337,15 K<sup>15</sup>

Modeli koji se koriste za opis reopeksije bazirani su na tri različita pristupa: kontinuirani, mikro-strukturalni i strukturalni.

Kontinuirani pristup koristi poznate modela nenevtonovih fluida kao što su Binghamov, Herchel-Bulkleyev i Reiner-Rivlinov model te ih modificira tako da viskoznost, granica tečenja i ostali parametri postaju vremenski zavisni. Nedostatak ovog pristupa je taj što je teško naći vezu između parametara modela i fizičkih procesa koji uzrokuju promjenu u strukturi materijala tijekom vremena.

Modeli bazirani na mikrostrukturi zahtijevaju dobro poznavanje sila između čestica u realnim sustavima koji se susreću u inženjerskoj praksi, stoga je ovaj pristup limitiran za primjenu u neistraženim sustavima.

Modeli bazirani na strukturalnoj kinetici oslanjaju se na vrijednosti skalarnog parametra,  $\xi$ , koji se mijenja od nula (potpuno razorena struktura) do jedinice (potpuno uređena struktura). Ovi modeli sastoje se od dvije jednačbe, prva jednačba povezuje smično naprezanje sa smičnom brzinom za zadanu vrijednost  $\xi$ , a druga jednačba opisuje promjenu  $\xi$  s vremenom.<sup>15</sup>

Jedan od modela koji je bio uspješan u opisivanju tiksotropije kod fluida je Houskin model koji je generalizacija Herschel-Bulkleyevog modela. U jednodimenzionalnom gibanju fluida glasi:

$$\tau_{yx} = (\tau_{y0} + \tau_{y1}) + (K_0 + \xi K_1) \dot{\gamma}_{yx}^n \quad (2.10)$$

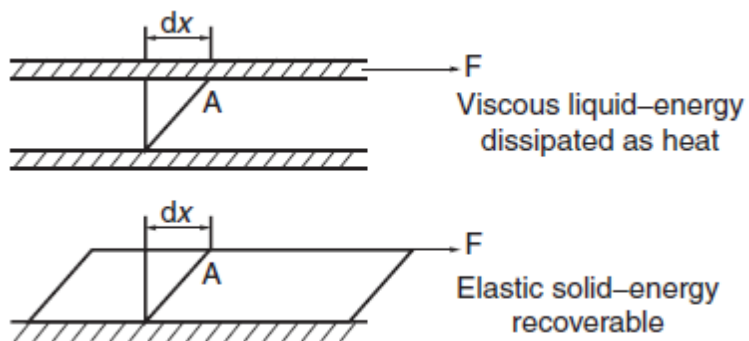
$$\frac{d\xi}{dt} = a(1 - \xi) - b\xi \dot{\gamma}_{yx}^\varepsilon \quad (2.11)$$

Gdje su  $\tau_{y0}$  stalna granica tečenja, a  $K_0$  koeficijent konzistencije,  $\tau_{y1}$  i  $K_1$  su odgovarajući vremenski zavisni doprinosi koji su linearno zavisni o trenutnoj unutarnjoj strukturi, tj. vrijednosti  $\xi$ . Druga jednačba predstavlja dinamičko stanje između sastavljanja strukturalnih jedinica(prvi član) i razaranja strukturalnih jedinica(drugi član), time dajući brzinu promjene  $\xi$ . Može se uočiti da brzina razaranja ovisi o  $\xi$  i o smičnoj brzini dok brzina sastavljanja ovisi samo o broju strukturalnih jedinica dostupnih u nekom trenutku ( $1 - \xi$ ).

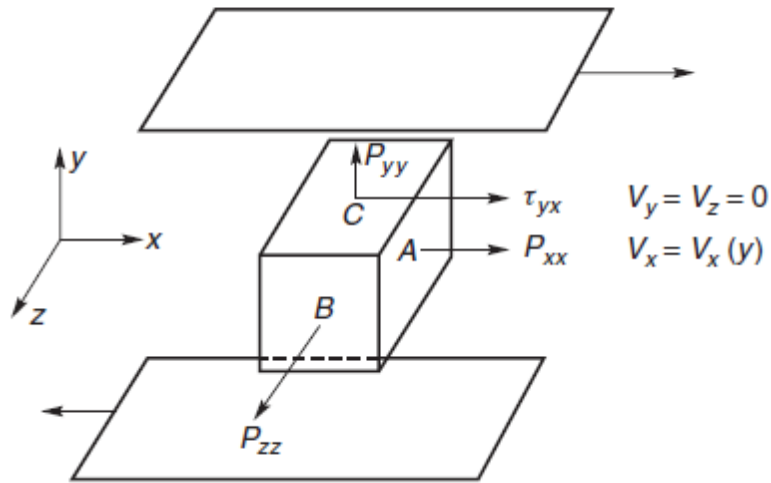
Model ima 8 parametara koji se određuju eksperimentalno što je vrlo zahtjevno za odrediti jer se mijenjaju s vrstom fluida, iz ovih razloga nije moguće postaviti jednostavnu matematičku jednačbu koja će opisati ponašanje vremenski zavisnih fluida, za određene slučajeve snimaju se reološki dijagrami za široka područja smičnih brzina i pod točno određenim uvjetima, ukratko eksperimentalno se snimaju podaci za svaki posebni slučaj prilikom primjene u inženjerstvu.<sup>15</sup>

### 3.4. Viskoelastični fluidi

Viskoelastični fluidi su oni koji pokazuju viskozna i elastična svojstva. Savršeno elastična deformacija i potpuno viskozno strujanje su dva granična slučaja viskoelastičnih fluida. Način na koji će se fluid ponašati ovisi o njegovoj strukturi i kinematičkim uvjetima u kojima se nalazi, često se može ponašati kao viskozni fluid pod jednim uvjetima a kao elastična krutina pod nekim drugim. Najčešći primjeri viskoelastičnih fluida su otopine i taline polimera, otopine sapuna, itd. Ove vrste fluida mogu pohraniti i povratiti energiju.



Slika 23. Razlika između viskoznog fluida i elastične krutine<sup>15</sup>



**Slika 24.** Komponente naprezanja prilikom jednodimenzionalne deformacije fluida<sup>15</sup>

Naprezanja koja se javljaju prilikom jednodimenzionalne deformacije elementarnog volumena fluida prikazana su na slici 24. Deformacije se događa u smjeru x osi, na elementarni volumen djeluje tangencijalna sila u smjeru x osi koja uzrokuje tangencijalno naprezanja i tri normalne sile,  $P_{xx}$ ,  $P_{yy}$  i  $P_{zz}$  koje uzrokuju normalno naprezanje.

Deformacija viskoelastičnog fluida ovisi o nejednakim normalnim naprezanjima. Razlike u normalnim naprezanjima,  $N_1$  i  $N_2$ , lakše je mjeriti nego same vrijednosti normalnih naprezanja, stoga se  $N_1$  i  $N_2$  uz  $\tau_{yx}$  koriste kao funkcije smične brzine  $\dot{\gamma}_{xy}$  za opis reološkog ponašanja viskoelastičnih fluida

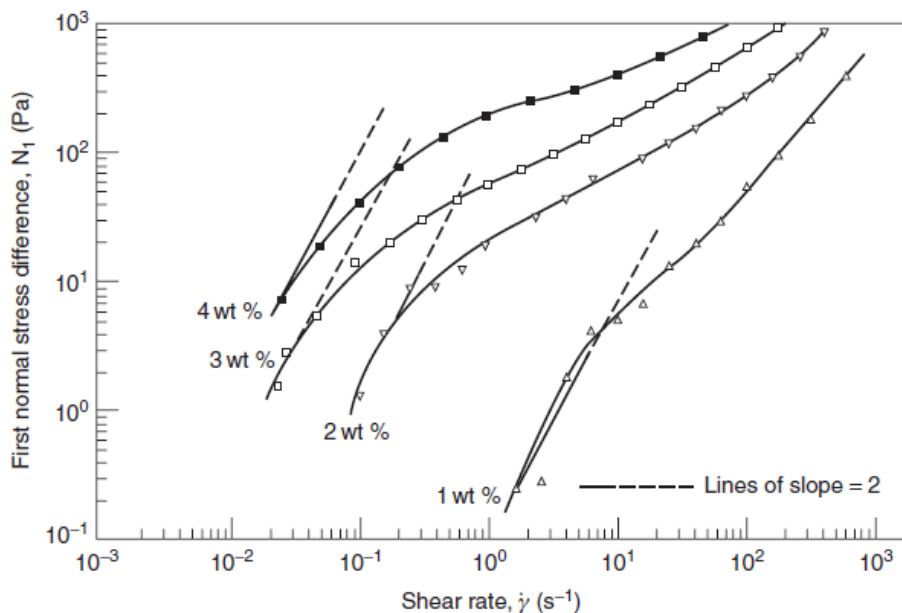
$$N_1 = P_{xx} - P_{yy} \quad (2.12)$$

$$N_2 = P_{xx} - P_{yy} \quad (2.13)$$

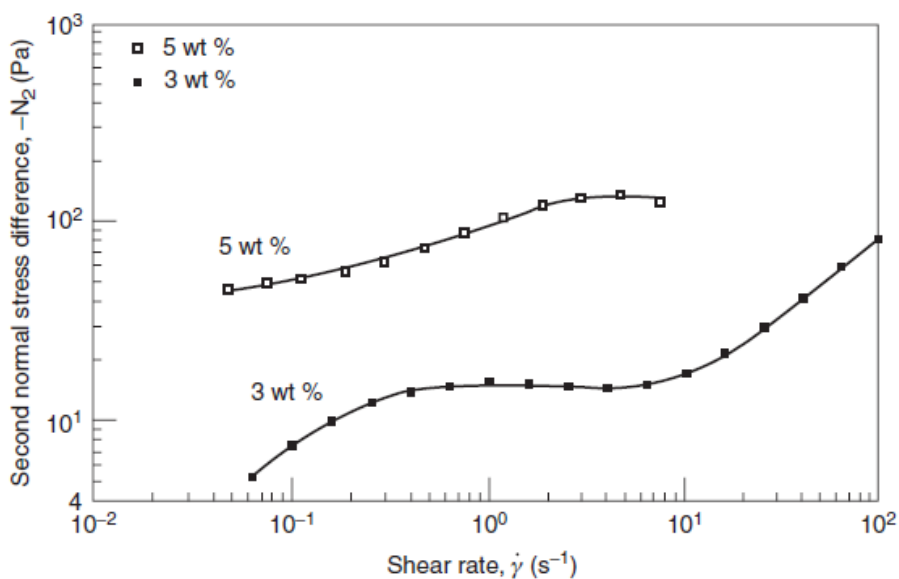
Prva i druga razlika u normalnim naprezanjima iskazuje se i preko dva koeficijenta,  $\psi_1$  i  $\psi_2$

$$\psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}_{xy}^2} \quad (2.14)$$

$$\psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}_{xy}^2} \quad (2.15)$$



**Slika 25.** Prva razlika u normalnim naprezanjima,  $N_1$ , u ovisnosti o smičnoj brzini,  $\dot{\gamma}$  za otopinu polistirena u toluenu pri 298 K<sup>15</sup>



**Slika 26.** Druga razlika u normalnim naprezanjima,  $N_2$ , u ovisnosti o smičnoj brzini,  $\dot{\gamma}$  za otopinu polistirena u toluenu pri 298 K<sup>15</sup>

Omjer  $N_1$  i  $\tau$  često se uzima kao mjera elastičnosti fluida. Omjer  $N_1/2\tau$  zove se povrativa deformacija. Povratne deformacije veće od 0,5 nisu neuobičajene kod polimera i ukazuju na visoko elastična svojstva fluida.

$N_2$  je puno manji broj od  $N_1$  i negativne je vrijednosti.

$N_1$  i  $N_2$  su karakteristike materijala, i koriste se za kategoriziranje fluida kao viskoznih ( $N_1 \sim 0$ ) ili kao viskoelastičnih gdje se gleda omjer  $N_1$  i  $\tau$ .<sup>15</sup>

### 3.5. Utjecaj mikrostrukture na reološko ponašanje fluida

Newtonove fluide možemo promatrati kao „strukturalne“ fluide. Postoji veza između vrste i ponašanja newtonovog fluida i njegove unutrašnje strukture i načina na koji se ona mijenja pod utjecajem sile. Stoga je moguće stvoriti materijal željenih reoloških karakteristika manipulirajući njegovu strukturu koristeći razne aditive.

Korištenje boje ima dva cilja, prvi je da stvori polimerni film tako da zaštiti površinu, a drugi je da svojim pigmentom da estetski doprinosi elementu koji je bojan. Boja koja se nalazi u limenci u stanju je suspenzije i ovo se ostvaruje tako da se ona pakira u obliku slabog gela (ima granicu tečenja ili visoku vrijednost viskoznosti pri malim naprezanjima), ovo svojstvo osigurava da boja ne kapa nakon njezinog nanošenja. S druge strane, prilikom nanošenja boje kistom, mora se lako mazati na površinu, tj. pokazuje svojstva pseudoplastičnog fluida. Film bi trebao biti iste debljine, to svojstvo je kontrolirano silama površinske napetosti i ne smije teći nakon što se nanese. Nakon nanošenja film bi se trebao pretvarati opet u gel ali sporije tako da dođe dobrog poravnavanja slojeva. Drugim riječima boja mora biti mekana krutina u limenci koja postane viskozna tekućina prilikom nanošenja i mora se stvrdnuti kontroliranom brzinom prilikom sušenja. Sva ova svojstva mogu se kontrolirati manipulirajući međumolekulske sile o kojima ovisi unutrašnja struktura fluida.

Čokolada je mekana krutina kada je omotana u papir, a transformira se u kremastu viskoznu tekućinu kada se stavi u usta i podvrgne djelovanju sile. Otopljena čokolada sadrži čestice šećera, kakaa i mlijeka u prahu u fluidu otopljenog kakao maslaca. Ovisno o smičnom naprezanju u fluidu, dispergirane čestice mogu se orijentirati u različitim oblicima i tvoriti različite strukture i aglomerate, prikazane na slici 27. Pri malom smičnom naprezanju, ove trodimenzionalne strukture daju veliki otpor gibanju, što često rezultira s postojanjem granice tečenja, a s povećanjem smične brzine dolazi do povećanja ili smanjenja viskoznosti fluida.

Pasta za zube teče samo kada naprezanje pređe granicu tečenja, u tom trenutku izlazi iz tube, kada sila nestane i kada pređe na četkicu za zube, prestaje teći. Zbog toga i ne propadne kroz vlakna četkice, nego ostaje na površini. Prilikom četkanja zubi, tj. velikog smičnog naprezanja fluid pokazuje svojstva slična vodi, viskoznost mu se smanjuje. Uz čestice silika praha, fluoridnih iona, sredstva za okus i pjenjenje, pasta za zube sadrži i polimer poput karboksimetilne celuloze za kontrolu njezinog reološkog ponašanja.

U tablici 3. dan je pregled čestih materijala koji se ponašaju kao newtonov fluid.<sup>15</sup>

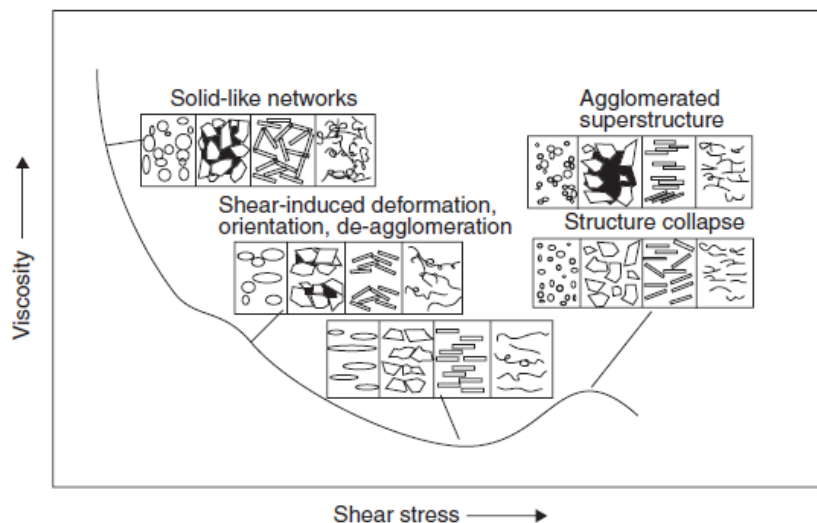
**Tablica 3.** Reološko ponašanje materijala<sup>15</sup>

Practical fluid	Characteristics	Consequence of non-Newtonian behaviour
Toothpaste	Bingham Plastic	Stays on brush and behaves more liquid-like while brushing
Drilling muds	Bingham Plastic	Good lubrication properties and ability to convey debris
Non-drip paints	Thixotropic	Thick in the tin, thin on the brush
Wallpaper paste	Pseudoplastic and Visco-elastic	Good spreadability and adhesive properties
Egg white	Visco-elastic	Easy air dispersion (whipping)
Molten polymers	Visco-elastic	Thread-forming properties
'Bouncing Putty'	Visco-elastic	Will flow if stretched slowly, but will bounce (or shatter) if hit sharply
Wet cement aggregates	Dilatant and thixotropic	Permit tamping operations in which small impulses produce almost complete settlement
Printing inks	Pseudoplastic	Spread easily in high speed machines yet do not run excessively at low speeds
Waxy crude oils	Viscoplastic and thixotropic	Flows readily in a pipe, but difficult to restart the flow

Dobro razumijevanje veze između unutrašnje strukture i reologije bitno je za optimiziranje kvalitete proizvoda u prehrambenoj, kemijskoj i farmaceutskoj industriji, industriji boja i lakova, petrokemijskoj industriji i mnogim drugima.

Analizirajući reološka svojstva može se dobiti uvid u mikrostrukturu svakodnevnih proizvoda koji se koriste.

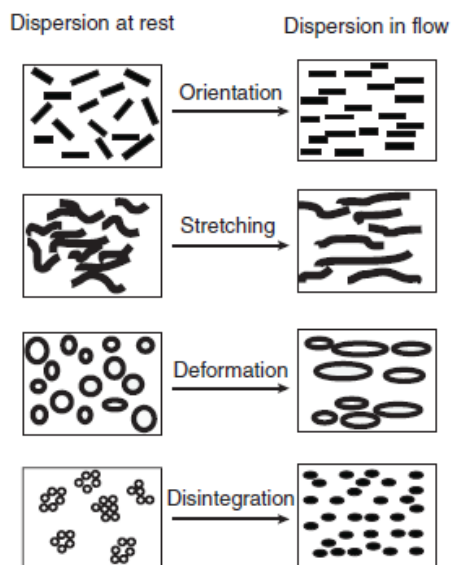




**Slika 27.** Ovisnost viskoznosti o smičnom naprezanju za čokoladu<sup>15</sup>

Strukture u newtonovim fluidima privremene su, mogu mijenjati oblik i povezanost i narušavaju se prilikom primjene sile, tj. pojave naprezanja. Ako uzmemo za primjer cikloheksan, njegova struktura ostaje nepromijenjena do 1 MPa naprezanja, dok s polimer mijenja strukturu pri 100 Pa a za koloidni sustav j to 200 mPa<sup>15</sup>. Jednostavnost promjene strukture pod većim ili manjim naprezanjima iskorištava se u korisnim reološkim svojstvima u svakodnevnim aktivnostima kao što su izlivanje tekućina, razmazivanje losiona, skladištenje raznih fluida i slično.

Strukture koje se susreću u newtonovim fluidima (reološki složeniji sustavi) prilikom mirovanja i njihova promjena pod utjecajem vanjske sile prikazane su na slici 28.



**Slika 28.** Strukture u reološki kompleksnijim sustavima prilikom mirovanja i gibanja

Gledajući mikrostrukture, većina sustava sastoji se od nepravilnih čestica različitih veličina s određenom distribucijom veličine čestica, u emulzijama to su kapljice, u polimernim otopinama to su zapetljani dugi lanci polimernih molekula, dok su u suspenzijama to agregati čestica. U stanju mirovanja ove čestice orijentiraju se tako da posjeduju minimalnu energiju. Prilikom malih sila, tj. malih smičnih naprezanja, ove strukture pružaju otpor deformaciji jer žele zadržati trenutnu strukturu te to rezultira time da one posjeduju jako veliku viskoznost ili granicu tečenja, kao u primjeru s čokoladom.

Kako se povećava smično naprezanje, strukturne jedinice se deformiraju na različite načine. Jedan od načina je da se orijentiraju ili deformiraju u smjeru toka fluida. Može doći do razaranja agregata u primarne čestice, dok polimerni lanci mogu se raspetljati i izravnati se u smjeru toka fluida.

Sve ove promjene posljedica su nastojanja fluida da smanji otpor gibanju, što se očituje u smanjenju viskoznosti s povećanjem smične brzine (pseudoplastični i viskoplastični fluidi). Pri vrlo velikim smičnim brzinama većina strukture je narušena, stoga nema velike promjene u viskoznosti i ona poprima konstantnu vrijednost te se naziva beskonačna viskoznost.<sup>15</sup>

#### **4. ZAKLJUČAK**

Opis i predviđanje reološkog ponašanja neneutronovih fluida od velike je važnosti za kemijsku, prehrambenu, farmaceutsku i slične industrije jer omogućava maksimalno iskorištavanje određenih karakteristika fluida i njihovu manipulaciju kako bi se dobio proizvod sa što boljim svojstvima, osiguralo njegovo sigurno skladištenje, razvili novi proizvodi i time uštedjeli vrijeme i energija.

## 5. LITERATURA

1. Darby, R. Chemical Engineering Fluid Mechanics, Second edition, Revised and Expanded, New York : Marcel Dekker, 2001.
2. Massey, B ; Ward-Smith J., Mechanics of Fluids, Eighth edition, Abigdon: Taylor & Francis, 2006.
3. White, F.M. . Fluid Mechanics, Seventh edition, New York: McGraw-Hill, 2011.
4. Cengel, Y.A. ; Cimbala, J.M. ; Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications, New York: McGraw-Hill, 2006.
5. Abulencia, J.P. ; Theodore. L., Fluid flow for the practicing chemical engineer, New Jersey : John Wiley & Sons, 2009.
6. Escudier, M., Introduction to Engineering Fluid Mechanics, New York: Oxford University Press, 2017.
7. URL: <https://pubs.rsc.org/en/content/chapterhtml/2019/bk9781788013963-00001?isbn=978-1-78801-396-3&sercode=bk> (pristup 17.8.2020.)
8. Irgens, F., Rheology and Non-Newtonian Fluids, Cham, Switzerland : Springer International Publishing , 2014.
9. Bragg, R. ; Holland F.A., Fluid Flow for Chemical Engineers, Great Britain: Edward Arnold, a division of Hodder Headline PLC, 1995.
10. URL: [https://tehnika.lzmk.hr/tehnickaenciklopedija/mehanika\\_fluida\\_dinamika\\_fluida.pdf](https://tehnika.lzmk.hr/tehnickaenciklopedija/mehanika_fluida_dinamika_fluida.pdf) (pristup 17.8.2020.)
11. Nguyen, N.; Nguyen Q., Continuum Mechanics – Progress in Fundamentals and Engineering Applications, edited by Yong X. Gan, Rijeka: InTech, 2012.
12. Matijašić, G., Mehanika Fluida, Skripta s odabranim poglavljima
13. Wu, Y.S., Theoretical Studies of Non\_newtonian and Newtonian Fluid Flow through Porous Media, Ph.D. Thesis, University of California, 1990.
14. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Eugene\\_C.\\_Bingham](https://en.wikipedia.org/wiki/Eugene_C._Bingham)
15. Chhabra, R.P.; Richardson, J.F.; Non-Newtonian flow and applied rheology, Second Edition
16. Prlić Kardum, J. , Mehanika Fluida, Skripta s odabranim poglavljima – Studij: KI
17. Džijan, I. ; Šavar, M. ; Virag, Z., Mehanika fluida I, predavanja, Zagreb, 2015.