

# Raspodjela vremena zadržavanja

---

**Tonković, Juraj**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Chemical Engineering and Technology / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:149:998642>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-19**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Chemical Engineering and Technology University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET KEMIJSKOG INŽENJERSTVA I TEHNOLOGIJE  
SVEUČILIŠNI PREDDIPLOMSKI STUDIJ

Juraj Tonković  
RASPODJELA VREMENA ZADRŽAVANJA

ZAVRŠNI RAD

Voditelj rada: izv. prof. dr. sc. Vanja Kosar  
Članovi ispitnog povjerenstva: izv. prof. dr. sc. Vanja Kosar  
prof. dr. sc. Gordana Matijašić  
doc. dr. sc. Domagoj Vrsaljko

Zagreb, rujan 2017.

Zahvaljujem se mentoru izv. prof. dr. sc. Vanji Kosaru na pomoći pri izradi ovog završnog rada na Zavodu za reakcijsko inženjerstvo i katalizu.

## SAŽETAK

Tema ovog završnog rada je raspodjela vremena zadržavanja koja je određivana u različitim cijevima koje su simulirale cijevne reaktore. Eksperiment je rađen u tri cijevi: praznoj cijevi, cijevi punjenoj staklenim kuglicama i spiralnoj cijevi koja je duža i uža nego prethodne dvije cijevi. Dobivene su krivulje ovisnosti koncentracije trasea o vremenu iz kojih su određene krivulje raspodjele vremena zadržavanja i izračunate vrijednosti srednjeg vremena zadržavanja i disperzijskog broja. Na temelju dobivenih rezultata uspoređuju se krivulje raspodjele vremena zadržavanja i režimi strujanja u trima cijevima.

**Ključne riječi:** kemijski reaktor, idealno strujanje, idealno miješanje, raspodjela vremena zadržavanja, model aksijalne disperzije, srednje vrijeme zadržavanja, disperzijski broj

## **ABSTRACT**

Subject of this work is the residence time distribution which was determined in different tubes that were used as simulation for tubular reactor. Experiment was performed in three tubes: empty tube, tube filled with glass beads and spiral tube which is longer and thinner than the previous two tubes. Curves that show how concentration of tracer is changed over time were measured. They enabled us to determine residence time distribution curves and to calculate mean residence time and dispersion number. Based on calculated results we can compare residence time distribution curves and flow regimes in three tubes.

**Key words:** chemical reactor, ideal flow, ideal mixing, residence time distribution, axial dispersion model, mean residence time, dispersion number

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. TEORIJSKI DIO.....	2
2.1. KEMIJSKI REAKTORI.....	2
2.2. RASPODJELA VREMENA ZADRŽAVANJA.....	5
2.3. RVZ FUNKCIJE ZA IDEALNO STRUJANJE I IDEALNO MIJEŠANJE.....	8
2.4. MODELI STRUJANJA .....	11
2.4.1. MODEL AKSIJALNE DISPERZIJE.....	11
2.4.2. MODEL LAMINARNOG STRUJANJA.....	15
2.5. EKSPERIMENTALNE METODE ODREĐIVANJA RVZ FUNKCIJA.....	17
3. EKSPERIMENTALNI DIO.....	20
4. REZULTATI I RASPRAVA.....	24
5. ZAKLJUČAK.....	30
6. POPIS SIMBOLA.....	31
7. LITERATURA.....	32

## 1. UVOD

Kemijski reaktor je bitna i nezaobilazna procesna jedinica u svakom kemijskom industrijskom procesu. Prilikom provođenja reakcija u kojima su reaktanti u kapljevitoj ili plinovitoj fazi potrebno je odrediti način strujanja tih fluida kroz sustav. Poznato je da pri strujanju reakcijske smjese kroz reaktore dolazi do odstupanja od graničnih načina strujanja, odnosno od idealnog strujanja i idealnog miješanja. U reaktorima s miješanjem često je pogrešna pretpostavka o idealnom miješanju dok u cijevnim reaktorima redovito postoji odstupanje od pretpostavljenog idealnog strujanja. Zbog toga nije moguće opisati hidrodinamičko ponašanje fluida matematičkim modelima koji vrijede za idealne reaktore.

Potrebno je na temelju eksperimentalnih podataka odrediti model strujanja fluida u realnim reaktorima kako bi se procesi koji se odvijaju u njima mogli optimalno voditi. Raspodjela vremena zadržavanja nam vrlo dobro pokazuje odstupanje sustava od pretpostavki koje vrijede za idealne reaktore. Krivulje raspodjele vremena zadržavanja se aproksimiraju nekim od modela strujanja te se mogu dobiti odgovarajuće matematičke relacije između parametara modela i eksperimentalnih krivulja. Za određivanje RVZ funkcija potrebno je u sustav unijeti određenu količinu traseira kako bi se obilježio elementarni volumen u kojem se želi odrediti raspodjela vremena zadržavanja. Na izlazu iz sustava se mjeri koncentracija traseira tijekom vremena te nam to omogućuje da odredimo RVZ krivulje. U eksperimentima provedenima u sklopu ovog rada na režim strujanja utječe samo geometrija cijevi (promjer i punjenje cijevi) dok se u realnim reakcijskim sustavima mora uzeti u obzir i utjecaj kemijske reakcije.

Na temelju eksperimentalnih krivulja raspodjela vremena zadržavanja može se vidjeti koliko koji režim strujanja odstupa od idealnog slučaja.

## 2. TEORIJSKI DIO

### 2.1. KEMIJSKI REAKTORI

Kemijski reaktor je polazna osnova u dimenzioniranju i projektiranju određenog kemijskog procesa te predstavlja centar svakog tehnološkog procesa<sup>1</sup>. U njemu se odvija kemijska reakcija koja nam omogućuje dobivanje željenog produkta.

Iako postoje reaktori različitih izvedbi i svrha, oni se mogu podijeliti na tri osnovna tipa:

1. kotlasti reaktor
2. protočno kotlasti reaktor
3. cijevni reaktor.

U nastavku će se ukratko prikazati bilance tvari i topline idealnog kotlastog i protočno kotlastog reaktora, a najdetaljnije će se prikazati idealni cijevni reaktor jer cijevi u kojima su provedeni eksperimenti predstavljaju cijevne reaktore.

**Kotlasti reaktor** se najčešće koristi za reakcije u kapljevitoj fazi i nema sustav za kontinuirano dovođenje i odvođenje reakcijske smjese, a najčešće je konstruiran kao zatvoreni kotao.

Model idealnog kotlastog reaktora sadrži sljedeće pretpostavke:

- sastav reakcijske smjese je isti u svakom elementarnom djeliću volumena, odnosno prisutno je idealno miješanje
- reaktor radi izotermno, odnosno nema temperaturnih gradijenata unutar reaktora niti se temperatura mijenja s vremenom
- ne postoji difuzijski prijenos tvari i topline
- sve veličine stanja zavise o vremenu osim temperature<sup>1</sup>.

**Protočno kotlasti reaktor**, za razliku od kotlastog, posjeduje sustav za kontinuirano uvođenje, odnosno odvođenje reakcijske smjese. Koriste se najčešće za reakcije u kapljevitoj fazi.

Model idealnog protočnog kotlastog reaktora sadrži sljedeće pretpostavke:

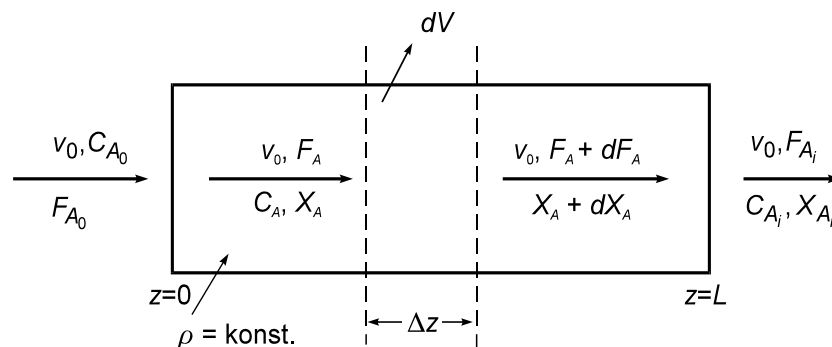
- idealno miješanje
- izoterman rad reaktora
- ne postoji difuzijski prijenos tvari i topline
- reaktor radi u stacionarnom stanju<sup>1</sup>.



**Cijevni reaktori** su zbog svoje jednostavne konstrukcije pogodni za proizvodnju s velikim kapacitetom pa se uglavnom koriste u velikoj anorganskoj, petrokemijskoj, i drugim industrijama organske sinteze<sup>1</sup>.

Matematički model "idealnog" cijevnog reaktora izvodi se uz sljedeće pretpostavke:

- reakcijska smjesa prolazi kroz reaktor idealnim strujanjem
- reaktor se promatra u stacionarnom radu
- reaktor je izotermni sustav, temperatura se ne mijenja s položajem unutar reaktora, a niti s vremenom
- ne postoji promjena gustoće (volumena) reakcijske smjese za vrijeme prolaza kroz reaktor
- kako se u cijevnom reaktoru duž z osi (aksijalnom smjeru) mijenjaju veličine stanja (npr. brzina reakcija, koncentracija), to se bilance moraju nužno postavljati za diferencijalni volumen<sup>1</sup>.



Slika 2.1. Model idealnog cijevnog reaktora

Matematički zapis bilance tvari A za diferencijalni volumen reaktora je:

$$F_A - (F_A + dF_A) - r_A dV = 0 \quad (2.1.)$$

$$dF_A + r_A dV = 0$$

Ovo predstavlja osnovnu jednadžbu bilance množine tvari za idealni cijevni reaktor. Ona se može preoblikovati u druge oblike koristeći veze između različitih veličina. Ako se uzme u obzir da je:

$$F_A = F_{A_0}(1 - X_A)$$

$$dF_A = -F_{A_0} dX_A \quad (2.2.)$$

dobije se:

$$\frac{dV}{F_{A_0}} = \frac{dX_A}{r_A} \quad (2.3.)$$

Uzevši u obzir:

$$\tau = \frac{V}{v_0} = \frac{VC_{A_0}}{F_{A_0}} \quad (2.4.)$$

dobije se sljedeći zapis:

$$r_A = -\frac{dC_A}{d\tau} \quad (2.5.)$$

U praksi se često nameće potreba za izračunavanjem profila koncentracije ili konverzije po dužini reaktora, osobito kod reakcija kod kojih nam je važan neki međuprodukt. Kako bismo to mogli potrebno je poznavati ovisnost promjene koncentracije i konverzije tvari A po duljini reaktora<sup>2</sup>.

Znajući kako je:

$$dV = A_S dz = r^2 \pi dz \quad (2.6.)$$

može se dobiti:

$$\frac{dX_A}{dz} = \frac{A_S r_A}{F_{A_0}} = \frac{r_A}{C_{A_0} u} \quad (2.7.)$$

i:

$$r_A = -u \frac{dC_A}{dz} \quad (2.8.)$$

Matematički zapis bilance topline idealnog cijevnog reaktora je:

$$\Delta H_r r_A dV = U dA_p (T - T_0) \quad (2.9.)$$

Ako znamo:

$$dA_p = 2r\pi dz \quad (2.10.)$$

onda možemo pisati:

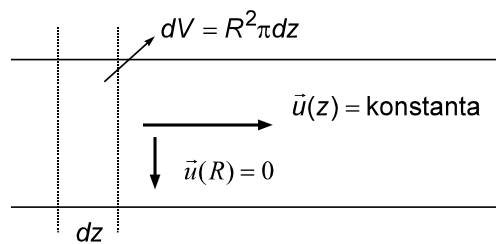
$$\Delta H_r r_A = \frac{2}{r} U (T - T_0) \quad (2.11.)$$

Treba imati na umu da je izoterman rad cijevnog reaktora u praksi vrlo teško postići, pogotovo kod reakcija s velikim promjenama entalpije<sup>2</sup>.

## 2.2. RASPODJELA VREMENA ZADRŽAVANJA

Matematički modeli koje smo dosada promatrali vrijede za idealne tipove reaktora kod kojih je idealiziran način prolaza reakcijske smjese kroz reaktor. Kod cijevnih reaktora idealan način prolaza je idealno strujanje, a kod kotlastih i protočno kotlastih reaktora je to idealno miješanje.

Idealno strujanje pretpostavlja da svaka molekula u gibanju kroz reaktor ima brzinu istog iznosa i smjera. Prolaz reakcijske smjese kroz reaktor se odvija samo konvektivnim prijenosom u aksijalnom smjeru.



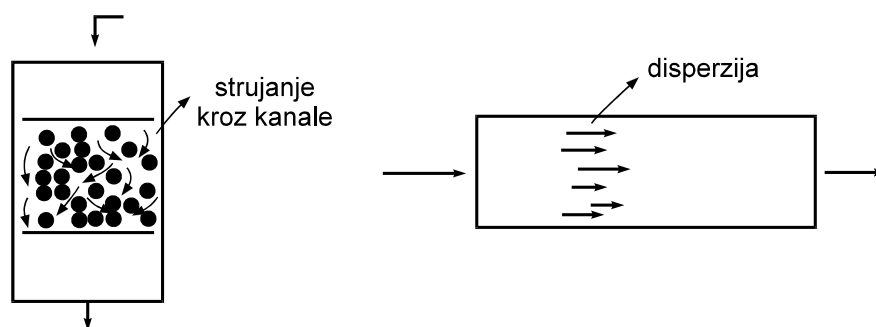
Slika 2.2. Idealno strujanje

S druge strane, idealno miješanje pretpostavlja nepostojanje koncentracijskih gradijenata unutar reakcijskog prostora. To znači da je u svakom infinitezimalnom volumenu unutar reaktora jednak sastav smjese, odnosno postignuta je homogenost sustava.

U realnim sustavima često nisu ispunjene idealne pretpostavke. Poznavanje uzroka koji dovode do odstupanja od idealnih slučajeva omogućuje nam lakše dimenzioniranje, odnosno uvećanje reaktora. Upravo nepoznavanje tog utjecaja neidealnosti odgovorno je za nesigurnost uvećanja iz laboratorijskog mjerila u industrijske razmjere<sup>3</sup>.

Uzroci odstupanja od idealnog strujanja i miješanja mogu biti različiti. Za cijevne reaktore posebno su značajni sljedeći:

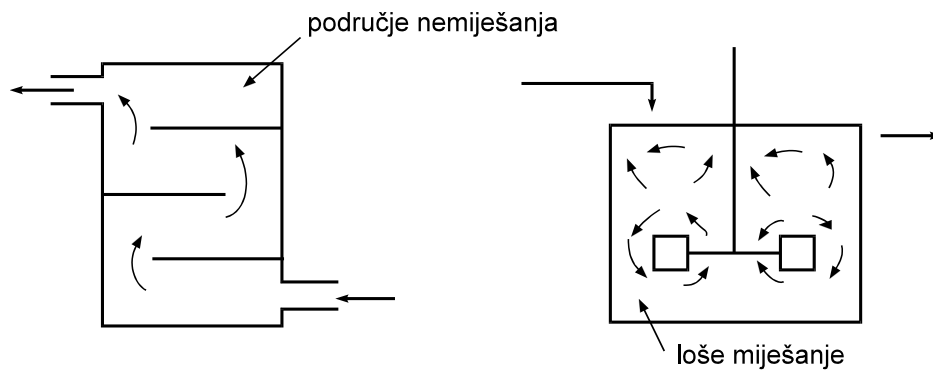
- laminarno strujanje za reakcije u homogenim sustavima
- prijenos tvari difuzijom (disperzijom) u aksijalnom i radijalnom smjeru
- promjene puta strujanja unutar reaktora s punilima ili krutim katalizatorima uslijed postojanja obilazaka, postranih tokova ili kraćenja<sup>1</sup>.



Slika 2.3. Uzroci odstupanja od idealnog strujanja u cijevnim reaktorima

U protočno kotlastim reaktorima neidealno miješanje uzrokovano je uglavnom:

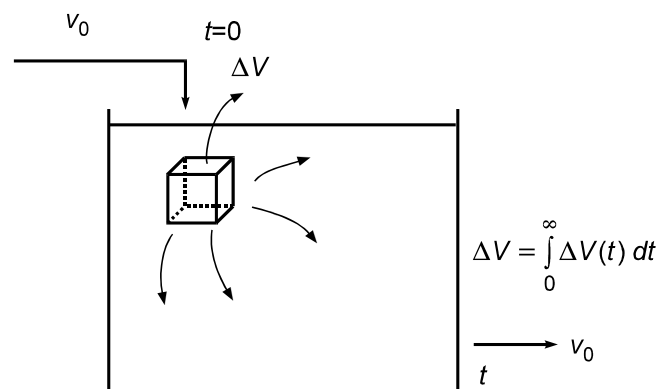
- lošom izvedbom miješalice, a to ima za posljedicu postojanje područja unutar reaktora koje se ne miješa dobro, slika 2.10.
- malim omjerom  $V/v_0$ , odnosno malim prostornim vremenom, zbog čega se ne može postići homogenost sustava unutar reaktora<sup>1</sup>.



Slika 2.4. Uzroci neidealnog miješanja u PKR reaktoru

U realnim reaktorskim sustavima dolazi do odstupanja od graničnih načina strujanja, odnosno od idealnog strujanja i miješanja. Režimi strujanja u takvim sustavima su najčešće previše kompleksni da bi se mogli teorijski predvidjeti, recimo pomoću rješenja Navier-Stokesove jednadžbe<sup>4</sup>. Svaki element fluida ne provede jednako vrijeme unutar reaktora pa se uvodi pojam raspodjele vremena zadržavanja (RVZ) elementa fluida u reaktoru iz kojeg možemo zaključivati o načinu strujanja fluida kroz reaktor<sup>5</sup>.

Promotrimo element fluida na ulazu u reaktor, kao na slici 2.5.

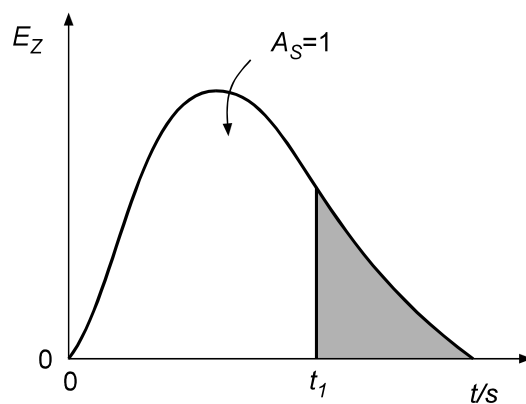


Slika 2.5. Pojam raspodjele vremena zadržavanja u reaktoru

Vjerojatnost s kojom će taj element fluida nakon nekog vremena izaći iz reaktora izražava se funkcijom raspodjele vremena zadržavanja (RVZ funkcijom). Vidljivo je kako je RVZ funkcija statistička raspodjela pa je ukupna vjerojatnost dana površinom ispod krivulje koja mora biti jednaka jedinici:

$$\int_0^{\infty} E_Z(t) dt = 1 \quad (2.12.)$$

RVZ funkcija se uobičajeno označuje slovom  $E_Z$  što potječe od *Exit function*.



Slika 2.6. Funkcija raspodjele vremena zadržavanja za fluid koji protječe kroz reaktor, RVZ funkcija

Sa slike 2.6. se vidi da vrijedi:

$$\int_{t_1}^{\infty} E_Z(t) dt = 1 - \int_0^{t_1} E_Z(t) dt \quad (2.13.)$$

Tekuće se vrijeme često puta, zbog praktičnosti i preglednosti prikaza RVZ funkcija, zamjenjuje bezdimenzijskim, tako da se dijeli sa srednjim vremenom zadržavanja,

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} \quad (2.14.)$$

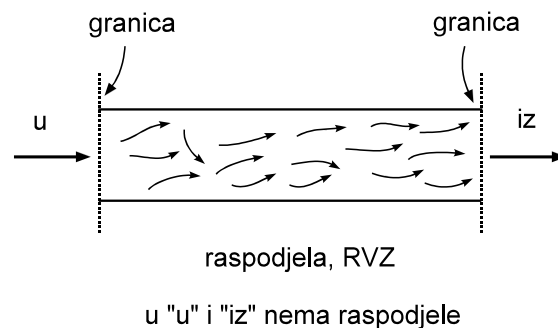
koje je za sustave sa stalnom gustoćom jednako prostornom vremenu, odnosno

$$\bar{t} = \tau = \frac{V}{v_0} \quad (2.15.)$$

Prema tome veza između  $E_Z$  funkcija definiranih tekućim, odnosno bezdimenzijskim vremenom je dana izrazom:

$$E_Z(\theta) = \tau E_Z(t) = \bar{t} E_Z(t) \quad (2.16.)$$

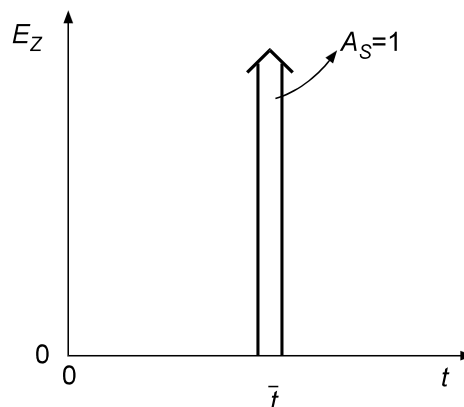
Ovako definirana RVZ funkcija zahtjeva sustave sa zatvorenim granicama ("closed-closed systems"), kao što prikazuje slika 2.7., odnosno pretpostavlja se da na ulazu i na izlazu iz sustava fluid ne posjeduje raspodjelu vremena zadržavanja. To znači da na radijalnom presjeku ulaza i izlaza nema raspodjele brzina, to jest fluid ulazi i izlazi iz sustava idealnim strujanjem i ne postoji disperzija<sup>6,7</sup>.



Slika 2.7. „Zatvoreni sustav“ i definiranje RVZ funkcije

### 2.3. RVZ FUNKCIJE ZA IDEALNO STRUJANJE I IDEALNO MIJEŠANJE

Granični slučajevi prolaza reakcijske smjese kroz reaktor su idealno strujanje i idealno miješanje. Idealno strujanje pretpostavlja da ne postoji profil brzina po radijalnom presjeku reaktora pa svaki element fluida ima potpuno istu maksimalnu vrijednost,  $p = 1$ , da će se u reaktoru zadržati određeno vrijeme koje je jednako za svaki element<sup>7</sup>.



Slika 2.8. RVZ funkcija za idealno strujanje u cijevnom reaktoru

Iz toga možemo zaključiti da u idealnom cijevnom reaktoru ne postoji raspodjela vremena zadržavanja, a RVZ funkcija se definira *Diracovom* ili *delta funkcijom*. RVZ funkcija ima oblik kao na slici 2.8. Ako znamo da površina ispod  $E_Z$  krivulje mora biti jednaka jedinici, to znači da je vrijednost ordinate funkcije beskonačno velika jer svi elementi fluida imaju jednako vrijeme zadržavanja u reaktoru pa na apscisi postoji samo jedna vrijednost koja je u stvari srednje vrijeme zadržavanja<sup>8</sup>.

Pretpostavimo da smo na ulazu u reaktor označili jedan elementarni volumen fluida i vrijeme ulaska tog elementa u reaktor uzeli kao nultu. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} E_Z(t) &= \delta(t) = 0 & \text{za } t &= 0 \\ E_Z(t) &= \delta(t) = \infty & \text{za } t &\neq 0 \end{aligned} \quad (2.17.)$$

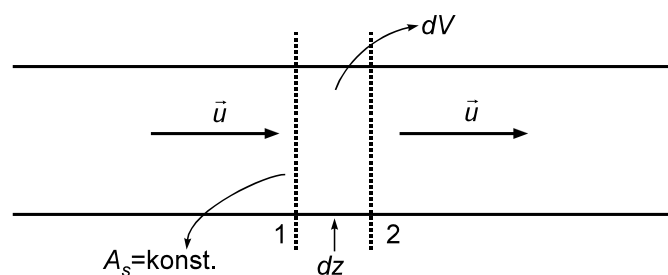
a onda vrijedi

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (2.18.)$$

što je ujedno i definicija delta funkcije.

Važno je napomenuti da delta funkciju ne možemo promatrati kao pravu funkciju, jer nije neprekinuta u barem jednom intervalu, nego kao graničnu vrijednost uz uvjet da postoji konačna količina fluida dok vrijeme ulaza te količine teži nuli<sup>9</sup>.

Srednje vrijeme zadržavanja,  $\bar{t}$ , jednako je prostornom vremenu,  $\tau$ , ako u reaktoru nema promjene gustoće.



Slika 2.9. Srednje vrijeme zadržavanja u cijevnom reaktoru

Sa slike 2.9. uočava se kako je

$$\bar{t} = \int_1^2 \frac{dV}{v_0} = \frac{1}{A_S} \int_1^2 \frac{dV}{u(V)} \quad (2.19.)$$

Ako znamo da je  $u(V) = \text{konst.}$ , vrijedi

$$\bar{t} = \frac{V}{A_S u} = \frac{V}{v_0} \quad (2.20.)$$

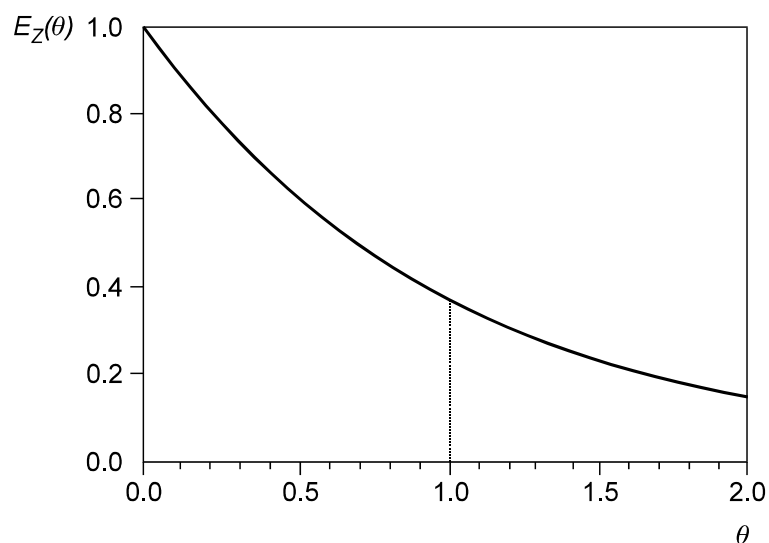
RVZ funkcija za strujanje uz idealno miješanje nam je bitna za protočno kotlaste reaktore. Idealno miješanje podrazumijeva isti sastav reakcijske smjese u svakom djeliću volumena reaktorskog prostora. To znači da kad se smjesa unese u reaktor fluid se rasprši po cijelom volumenu tako da mu je svugdje jednaka koncentracija. Tijekom vremena ta se koncentracija, kao i ukupna koncentracija fluida, smanjuje jer on izlazi iz sustava ili se troši kemijskom reakcijom. Zbog toga je najveća vjerojatnost da element fluida napusti sustav upravo odmah nakon unošenja pa RVZ funkcija ima maksimum,  $p = 1$ , u trenutku nula, a nakon toga joj opada vrijednost kao što se vidi na slici 2.10<sup>10</sup>.

Matematički zapis RVZ funkcije se dobiva postavljanjem bilance množine tvari unesene u reaktor u diferencijalnom volumenu, a funkcija se može izraziti u tekućem vremenu

$$E_Z(t) = \delta(t) = \frac{1}{\tau} \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right] \quad (2.21.)$$

ili u bezdimenzijskom vremenu

$$E_Z(\theta) = \delta(\theta) = \exp[-\theta] \quad (2.22.)$$



Slika 2.10. RVZ funkcija fluida koji protječe kroz PKR reaktor uz idealno miješanje

Vidljivo je da u PKR reaktoru RVZ funkcija ima eksponencijalni oblik koji ovisi samo o jednom parametru,  $\tau$ .



## 2.4. MODELI STRUJANJA

U realnim sustavima, odstupanja od graničnih oblika strujanja se obično interpretiraju različitim modelima koji se provjeravaju s eksperimentalno nađenim  $E_z$  funkcijama. Predloženi modeli se razlikuju prema složenosti matematičke funkcije i broju parametara<sup>1</sup>.

U prvu skupinu ulaze modeli strujanja izvedeni na osnovi hidrodinamičkih značajki sustava. Od tih modela se u praksi najčešće primjenjuju model aksijalne disperzije i laminarni model.

U drugu skupinu spadaju mehanistički modeli koji se izvode na temelju određene predodžbe o načinu strujanja kroz reaktor. Takav je model PKR model ili model od  $N$  ćelija vezanih slijedno. Prema tom modelu strujanje kroz reaktor zamišlja se kao prolaz reakcijske smjese kroz niz slijedno vezanih PKR reaktora istih volumena i s idealnim miješanjem. Unutar ove skupine posebnu grupu čine empirijski modeli koji su izvedeni iz matematičkih razmatranja dobivenih  $E_z$  krivulja, a to su najčešće statističke funkcije. U tu grupu empirijskih modela spada gama model u kojem osnovu čini statistička gama raspodjela.

Svi se modeli testiraju s eksperimentalnim  $E_z$  krivuljama kako bi se odredila točnost poklapanja i pronašle brojčane vrijednosti odgovarajućih parametara u modelima. Na temelju veličine tih parametara može se zaključiti o mjeri odstupanja od graničnih oblika strujanja.

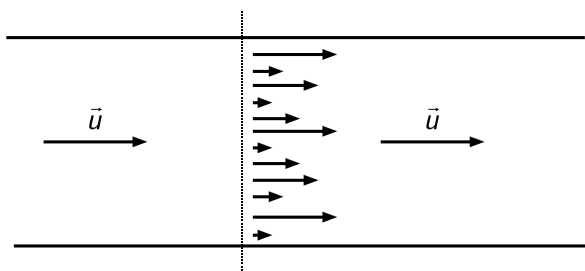
### 2.4.1. Model aksijalne disperzije

Ovaj model je prikladan za opis strujanja kroz cijevne reaktore koje malo odstupaju od idealnog, a posebno je koristan za reaktore s nepokretnim slojem krutog katalizatora. U osnovi tog modela je idealno strujanje kojem se pridodaje izvjesno makrostrujanje u aksijalnom smjeru, a koje se formalno opisuje difuzijskim prijenosom.

Difuzijski prijenos dan je Fickovim zakonom:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2.23.)$$

Parametar  $D_e$  nazivamo prosječni koeficijent difuzije ili koeficijent disperzije. Slika 2.11. prikazuje shematski kako je zamišljeno strujanje u cijevnom reaktoru prema modelu aksijalne disperzije.



Slika 2.11. Strujanje prema modelu aksijalne disperzije

Modelom aksijalne disperzije pokušalo se aproksimirati realno strujanje uz određene pretpostavke:

- linearna brzina fluida kao i koncentracija reaktanata po presjeku reaktora je stalna
- disperzija uzrokovana difuzijom i drugim procesima nezavisna je o položaju unutar reaktora i svugdje je ista
- u reaktoru ne postoje mjesta sa stagnantnim strujanjem niti s obilascima (bypass)<sup>1</sup>.

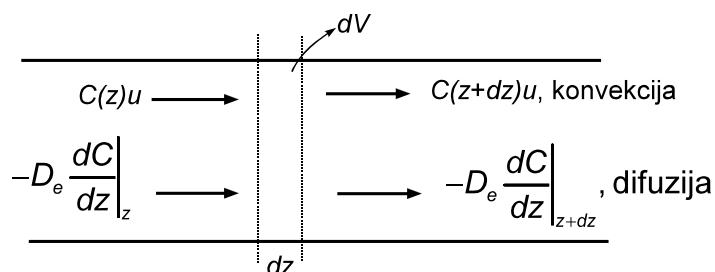
Raspodjela vremena zadržavanja, odnosno RVZ krivulja se nalazi iz bilance množine tvari unutar elementa volumena jednakog:

$$\Delta V = A_S \Delta z \quad (2.24.)$$

Uz jednostavne matematičke manipulacije ta bilanca glasi:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u \frac{\partial C}{\partial z} \quad (2.25.)$$

Ovo je zapravo jednačica izvedena za prijenos tvari konvekcijom i difuzijom u nestacionarnom stanju za diferencijalni volumen koji se unosi u reaktor.



Slika 2.12. Model aksijalne disperzije; postavljanje bilance tvari u elementu volumena

Ova se jednačba prevodi u bezdimenzijski oblik uvođenjem novih varijabli:

$$\begin{aligned} \text{bezdimenzijsko vrijeme, } \theta &= \frac{tu}{L} \\ \text{bezdimenzijska dužina, } x &= \frac{z}{L} \end{aligned} \quad (2.26.)$$

Nakon uvođenja novih varijabli jednačba (2.25.) ima oblik:

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.27.)$$

pri čemu  $Pe$  označava bezdimenzijsku Peckletovu značajku,

$$Pe = \frac{uL}{D_e} \quad (2.28.)$$

Umjesto Peckletove značajke često se koristi tzv. disperzijska značajka koja je recipročna vrijednost  $Pe$ :

$$DB = \frac{1}{Pe} \quad (2.29.)$$

Kvalitativnim se razmatranjem iz jednačbe (2.27.) može zaključiti da ako:

- $DB \rightarrow 0$ , disperzija ne postoji, strujanje je idealno;
- $DB \rightarrow \infty$ , disperzija je potpuna, strujanje je uz idealno miješanje<sup>1</sup>.

Realna strujanja imaju disperzijsku značajku između ovih graničnih vrijednosti. U ovom modelu je Peckletova značajka, odnosno disperzijska značajka, jedini parametar o kojem ovisi oblik dobivenih  $E_z$  krivulja. Jedino za sustav "zatvoreno – zatvoreno" vrijedi da  $E_z$  funkcija stvarno predočava RVZ krivulju<sup>11</sup>. Za takav sustav rješenje je vrlo kompleksno, ali je varijanca povezana s disperzijskom značajkom jednostavnijim izrazom:

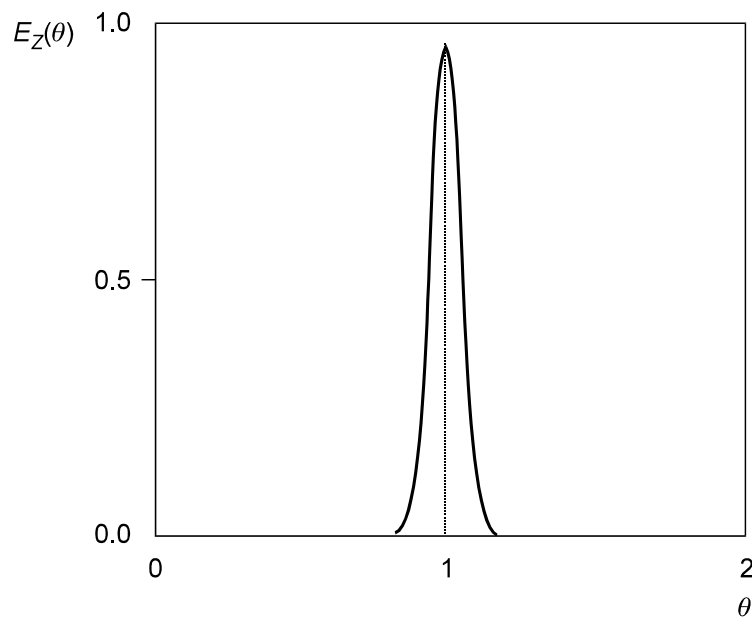
$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{Pe} \{2Pe - 2 + 2\exp[-Pe]\} \quad (2.30.)$$

Za malena odstupanja od idealnog strujanja, model aksijalne disperzije daje simetričnu raspodjelu, odnosno Gaussovu krivulju, kao na slici 2.13., pa je izraz za  $E_z$  funkciju:

$$E_z(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{\pi D_B}} \exp\left[-\frac{(1-\theta)^2}{4D_B}\right] \quad (2.31.)$$

dok je veza između varijance i Peckletovog broja:

$$\sigma_{\theta}^2 = 2D_B = \frac{2}{Pe} \quad (2.32.)$$



Slika 2.13. Model aksijalne disperzije za mala odstupanja od idealnog strujanja,  $D_e \rightarrow 0$

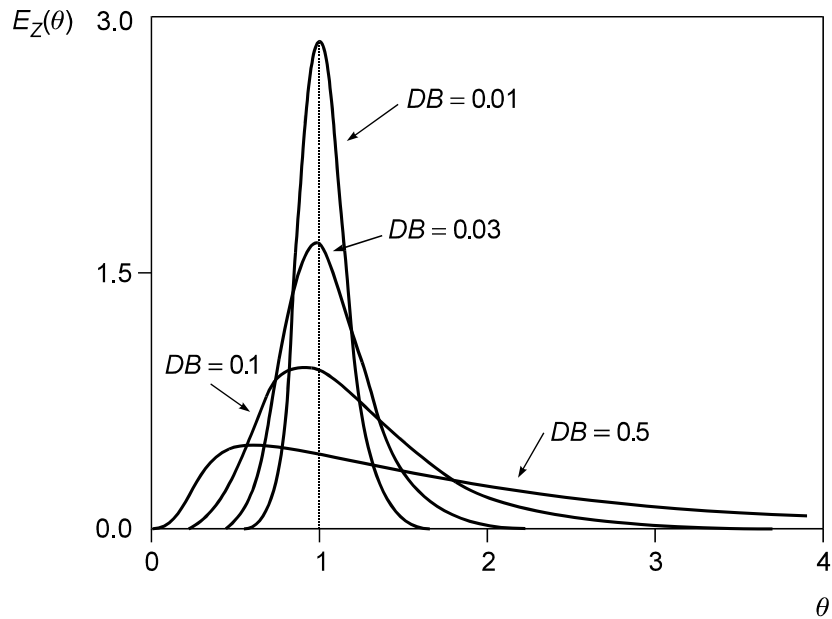
Kod sustava "otvoreno – otvoreno", gdje postoji na ulazu i na izlazu iz reaktora disperzija u strujanju, postoji jednostavno analitičko rješenje pa  $E_Z$  funkcija ima oblik:

$$E_Z(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\theta D_B}} \exp\left[-\frac{(1-\theta)^2}{4\theta D_B}\right] \quad (2.33.)$$

Disperzijska značajka je povezana s varijancom izrazom:

$$\sigma_{\theta}^2 = 2D_B + 8D_B^2 \quad (2.34.)$$

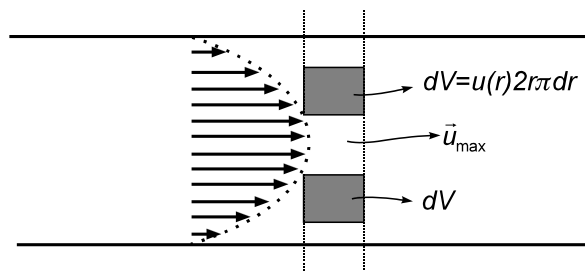
Slika 2.14. prikazuje  $E_Z$  funkcije za različite vrijednosti disperzijske značajke u sustavima "otvoreno – otvoreno".



Slika 2.14. Model aksijalne disperzije. RVZ krivulje za sustav "otvoreno – otvoreno"

### 2.4.2. Model laminarnog strujanja

Brzina strujanja u cijevnim reaktorima obično nije velika tako da je u praksi često laminarno strujanje, posebice kod kapljevityh homogenih sustava. Laminarno strujanje je segregirano i slojevito, a definirano je profilom brzina po presjeku reaktora. Treba napomenuti da ne postoji vektor brzine usmjeren u radialnom smjeru.



Slika 2.15. Model laminarnog strujanja

Brzina strujanja u nekoj točki presjeka reaktora, polumjera  $R$ , je

$$u(r) = 2u_s \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (2.35.)$$

pri čemu  $u_s$  predstavlja srednju brzinu strujanja:

$$u_s = \frac{v_0}{R^2\pi} \quad (2.36.)$$

dok je maksimalna brzina u centru cijevi jednaka  $2u_s$ .

Srednje vrijeme zadržavanja fluida se računa prema izrazu

$$\bar{t} = \frac{L}{u_s} \quad (2.37.)$$

u kojem  $L$  predstavlja duljinu reaktora.

Na slici 2.15. je vidljiv paraboličan raspored brzina po presjeku cijevi iz čega proizlazi da svaki element fluida ne provede jednako vrijeme u reaktoru. Vrijeme zadržavanja je uz stijenku vrlo veliko dok je u centru cijevi minimalno. Vrijeme zadržavanja za element fluida u točki polumjera  $r$  se računa izrazom:

$$t = \frac{L}{u(r)} = \frac{\bar{t}}{2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]} \quad (2.38.)$$

$E_Z$  funkcija se dobija iz omjera elementa protoka fluida u točki polumjera  $r$  i ukupnog, srednjeg, protoka:

$$E_Z(t) = \frac{\Delta v(r)}{v_0} \quad (2.39.)$$

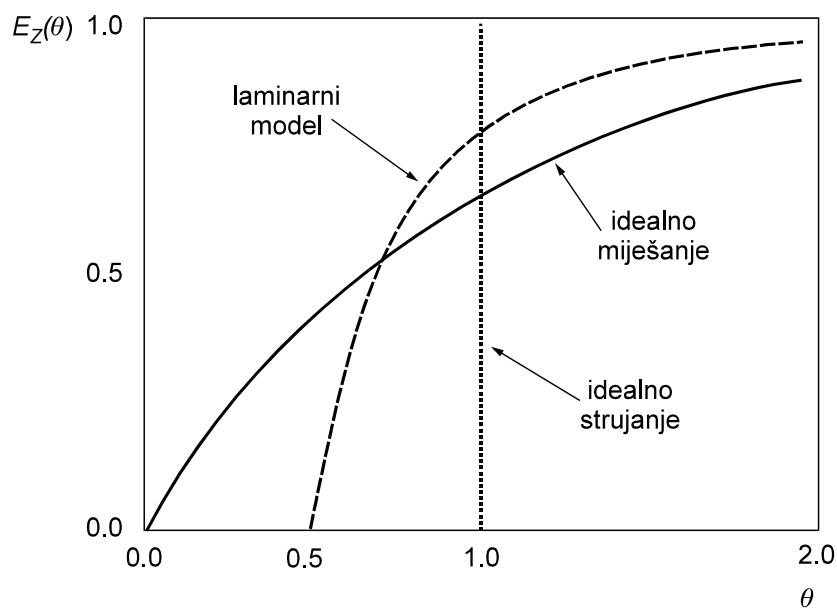
Nakon sređivanja jednadžba ima oblik

$$E_Z(t) = \frac{1}{2} \frac{\bar{t}^2}{t^3} \quad (2.40.)$$

dok je vrijeme izlaska prve količine trasera

$$t_{min} = \frac{1}{2} \bar{t} \quad (2.41.)$$

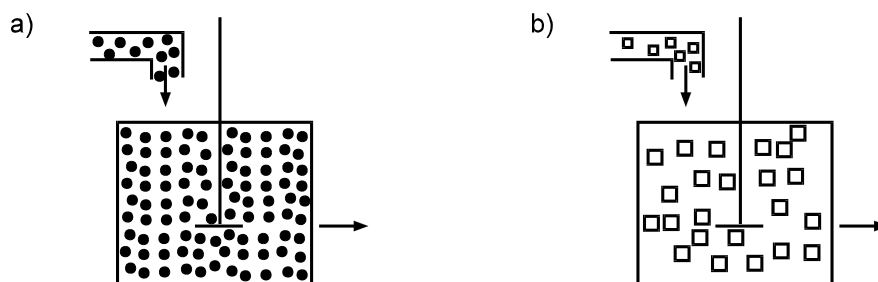
Ovisno o parametru modela, odnosno srednjem vremenu zadržavanja, odzivne ili  $E_Z$  krivulje imaju različit oblik, ali se uvijek nalaze između krivulja za granične oblike koji su idealno strujanje i idealno miješanje (slika 2.16.)<sup>1</sup>.



Slika 2.16. Usporedba modela laminarnog strujanja s graničnim oblicima idealnog strujanja i idealnog miješanja

## 2.5. EKSPERIMENTALNE METODE ODREĐIVANJA RVZ FUNKCIJA

Provođenje eksperimenata je nužno za određivanje RVZ funkcija jer i modeli u sebi sadrže parametre koje nije moguće teorijski izračunati nego se njihove vrijednosti moraju provjeriti eksperimentima. Sve eksperimentalne metode zahtijevaju mogućnost određivanja raspodjele vremena zadržavanja čestica u elementarnom (diferencijalnom) volumenu u reaktoru. Nužno je da je broj čestica u diferencijalnom volumenu dovoljno velik da njihova raspodjela bude statistički reprezentativna za cijeli sustav te da na ulazu u reaktor nema raspodjele molekula po vremenu, odnosno disperzije (sustav "zatvoreno – zatvoreno"). Takav pristup odnosi se na sustave s "mikromiješanjem" ili miješanjem na molekulskoj razini. Ako zamislimo strujanje u kojem pojedini diferencijalni volumeni ulaznog fluida zadržavaju svoj identitet, to jest nemaju dodira s drugima, dolazi se do pojma "makromiješanja".



Slika 2.17. Pojam a) mikrofluida i b) makrofluida

Diferencijalni volumen za koji se želi odrediti RVZ treba nekako obilježiti kako bi se razlikovao od ostatka reakcijske smjese. Uobičajeno se u struju reakcijske smjese unosi određena količina tvari, zvane *traser*, koja se na izlazu može detektirati pogodnom analitičkom metodom. Određena količina traseru predstavlja diferencijalni volumen pa se mjerenjem raspodjele količine traseru na izlazu iz reaktora dobiva  $E_Z$  funkcija za strujanje reakcijske smjese u cjelini<sup>1</sup>.

Traser mora posjedovati sljedeće značajke da bi bio upotrebljiv:

- ne smije promijeniti hidrodinamičke karakteristike ispitivanog fluida,
- ne smije kemijski reagirati s okolnim fluidom,
- njegova se koncentracija na izlazu mora analitički lako i precizno odrediti<sup>1</sup>.

Svaka tvar koja zadovoljava navedene značajke može biti traser. U kapljevitim sustavima i vodenim otopinama obično se koristi kao traser otopina vodljivih soli, npr. KCl, pa se mjerenjem vodljivosti na izlazu prati promjena koncentracije te otopine tijekom vremena. U nevodenim medijima često se koriste obojene supstance čiji je intenzitet obojenja proporcionalan njihovoj koncentraciji. U plinskim sustavima koriste se kromatografske metode ili radioaktivni traseri<sup>1</sup>.

Ekperimentalno određivanje  $E_Z$  ili RVZ funkcije svodi se na analizu odziva što ga uzrokuje poremećaj nastao unošenjem traseru u sustav. Za tu je analizu potrebno:

- poznavati funkciju poremećaja, odnosno ovisnost količine traseru o vremenu tijekom unošenja u sustav,
- pogodnom eksperimentalnom metodom utvrditi ovisnost količine traseru o vremenu na izlazu iz reaktora, odnosno odrediti funkciju odziva,
- pretpostaviti model strujanja fluida kroz reaktor i provjeriti ga s eksperimentalno dobivenom  $E_Z$  krivuljom,
- na osnovi usporedbe zaključiti o primjenjivosti modela i mogućem odstupanju realnog strujanja kroz reaktor od idealnih graničnih oblika<sup>1</sup>.

Za provođenje analize potrebno je poznavati krivulje odziva za poznate funkcije poremećaja i pretpostavljene modele strujanja, posebno za granične oblike idealnog strujanja i idealnog miješanja<sup>12</sup>.

Najjednostavniji poremećaj, odnosno unošenje elementarnog volumena u sustav, je aproksimacija impulsa ili Diracove funkcije. Taj se poremećaj eksperimentalno aproksimira unošenjem određene količine traseru na ulaz sustava u što kraćem vremenu. RVZ funkcija se definira raspodjelom tvari u diferencijalnom volumenu u ovisnosti o vremenu na izlazu iz sustava pa impulsni poremećaj upravo aproksimira tu predodžbu. Dobiveni odziv na impulsni poremećaj je upravo  $E_Z$  ili RVZ krivulja za ispitivani sustav. Ako je  $C_Z$  funkcija odziva na impulsni poremećaj, vrijedi:



$$C_Z(t) = E_Z(t) \quad (2.42.)$$

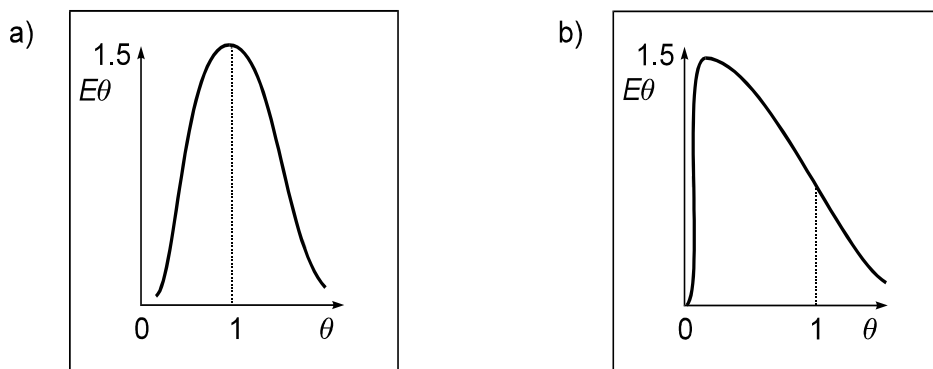
Odzivi na impulsni poremećaj za slučajeve kad strujanje malo odstupa od graničnih oblika strujanja prikazani su na slici 2.18.

Osim impulsnog poremećaja, za analizu strujanja koristi se i poremećaj u obliku *skokomične* ili *step* funkcije definirane izrazom:

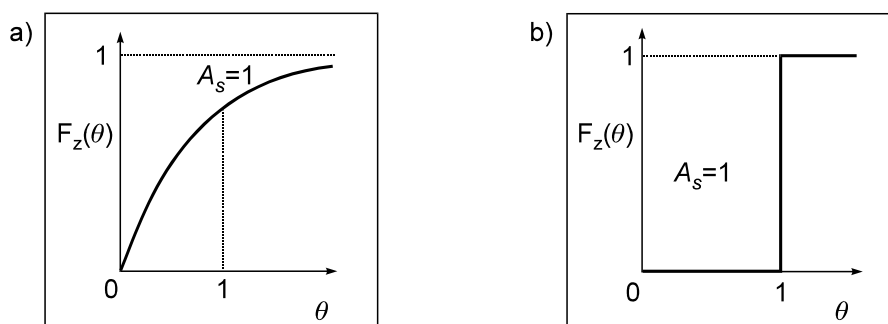
$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (2.43.)$$

Eksperimentalno se skokomični poremećaj ostvaruje uvođenjem stalne količine traseera od nekog nultog vremena te se prati koncentracija traseera na izlazu do stacionarnog stanja. Odzivna krivulja na skokomični poremećaj se obično zove  $F_Z$  funkcija. Slika 2.19. prikazuje  $F_Z$  funkcije za skokomični poremećaj u sustavima s graničnim oblicima strujanja.

Treba napomenuti da je  $E_Z$  funkcija statistička funkcija pa se podaci trebaju normalizirati kako bi se eksperimentalni rezultati mogli uspoređivati<sup>13</sup>.



Slika 2.18. a) Odziv na impulsni poremećaj za strujanje koje malo odstupa od idealnog i b) odziv za impulsni poremećaj kad se strujanje malo razlikuje od strujanja uz idealno miješanje



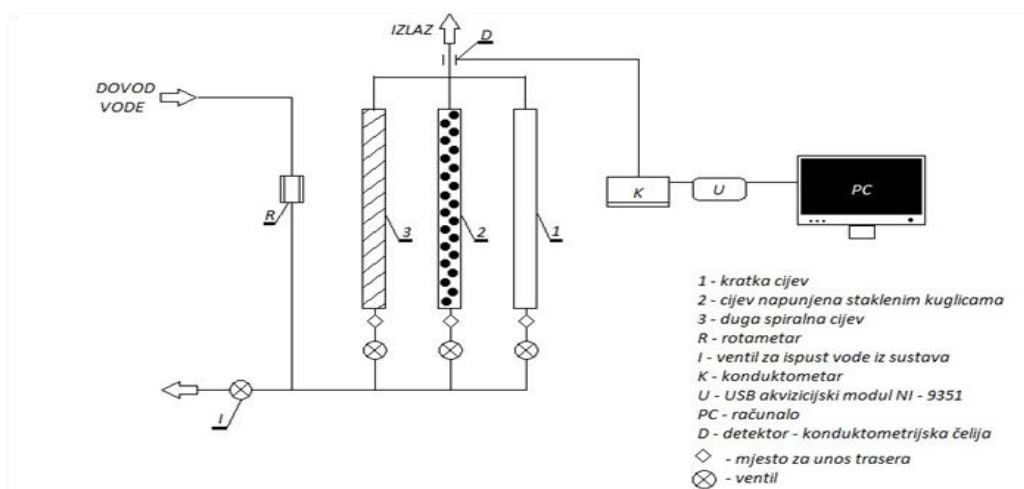
Slika 2.19. Funkcija odziva,  $F_Z$ , na skokomični poremećaj u sustavu s: a) idealnim miješanjem b) idealnim strujanjem

### 3. EKSPERIMENTALNI DIO

Cilj eksperimenata je bio odrediti raspodjelu vremena zadržavanja u trima različitim cijevima: praznoj cijevi (cijev 1), cijevi punjenoj staklenim kuglicama (cijev 2) i dugačkoj tankoj spiralnoj cijevi (cijev 3). Dobivene RVZ krivulje su poslužile za određivanje slaganja s modelom aksijalne disperzije te su izračunate vrijednosti parametra modela, disperzijske značajke, na temelju kojih možemo zaključiti o odstupanju od graničnih oblika strujanja u cijevima. U provedenim eksperimentima je kao traser korištena vodena otopina KCl. Traser je u sustav unesen impulsnom metodom. Za svaku cijev su provedeni eksperimenti pri četiri različita protoka vode te s tri različita volumena trasera: 1 mL, 0,6 mL i 0,3 mL. Svaki je eksperiment ponovljen tri puta.

#### Opis aparature i mjerenja

Aparatura sadrži tri različite cijevi kroz koje struji vodovodna voda. Voda izlazi iz pipe i prolazi kroz rotametar kojim se mjeri i regulira protok. Zatim ulazi u tri cijevi, a svaka cijev ima svoj ventil kojim se može prekinuti dotok vode u nju. Na izlazu iz cijevi se nalazi konduktometrijska ćelija koja se sastoji od Pt-elektroda i služi za mjerenje vodljivosti kapljevine koja struji kroz cijevi. Izlazni se signal preko konduktometra vodi do računala. Mjerni podaci se prikupljaju u programu NI SignalExpress koji prikazuje promjenu vrijednosti napona, uzrokovanu promjenom koncentracije trasera, svake sekunde. Kad se provodi eksperiment, moraju se zatvoriti ventili na preostale dvije cijevi, tako da voda struji samo kroz željenu cijev, i pipac za ispuštanje vode. U željenu se cijev zatim iglom uštrcava određena količina trasera u što kraćem vremenu kroz gumeni čep. U istom trenutku se pokreće program na računalu i kreće se s mjerenjem. Prikupljeni podaci se prebace u Microsoft Excel program u kojem se dalje obrađuju<sup>14</sup>.



Slika 3.1. Shema aparature za eksperimentalno određivanje RVZ funkcija

## Određivanje volumnog protoka i Reynoldsovog broja

Prije početka provođenja eksperimenata baždaren je rotametar. Na rotametri se namjesti određeni protok tako da oznaka protoka dijeli kuglicu rotametra na pola. Za svaku oznaku, odnosno određeni protok, provedena su po tri mjerenja u svakoj cijevi pri čemu su druge dvije cijevi, u kojima se nije mjerio protok bile zatvorene, kao i pipac za ispuštanje vode. Svako mjerenje trajalo je 30 sekundi, a voda koja je prošla kroz cijevi se skupljala na izlazu menzutom. Oznake na rotametri i izračunate srednje vrijednosti protoka nalaze se u tablici 3.1.

Tablica 3.1. Srednje vrijednosti volumnog protoka kroz rotametar

Oznaka na rotametri	Srednje vrijednosti protoka, mL/min
1	54,4
2	132,4
3	199,6
4	258,9

Na temelju poznavanja volumnog protoka kroz cijevi možemo izračunati Reynoldsov broj koji nam govori o vrsti strujanja, odnosno je li strujanje laminarno, u prijelaznom području ili turbulentno. Za izračunavanje Reynoldsovog broja potrebni su nam još promjer cijevi, brzina strujanja vode te gustoća i dinamička viskoznost vode pri 25°C. Brzina strujanja kroz cijev se računa prema

$$u = \frac{v_0}{A_p} = \frac{v_0}{r^2\pi} \quad (3.1.)$$

a Reynoldsov broj se dobije preko formule

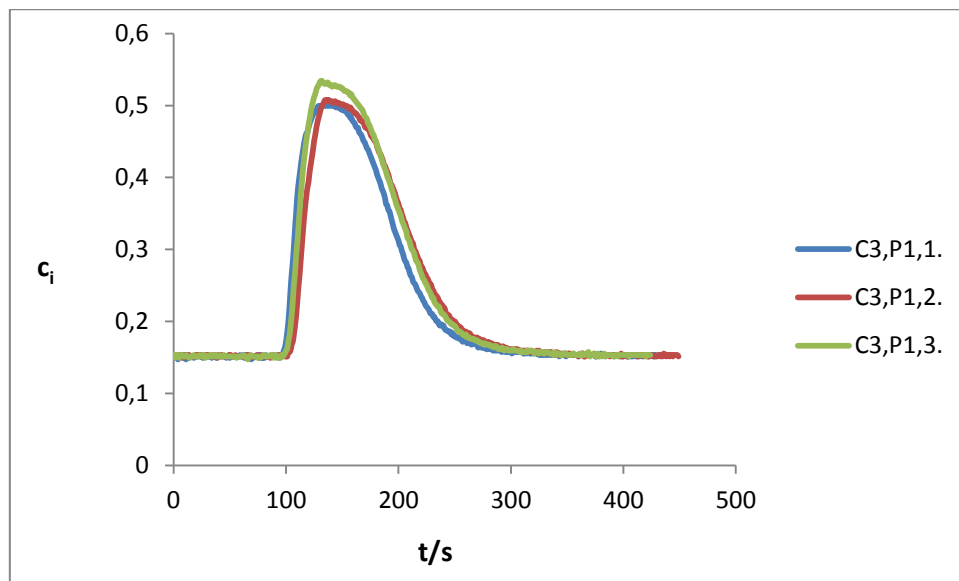
$$Re = \frac{ud\rho}{\eta} \quad (3.2.)$$

Tablica 3.2. Vrijednosti Reynoldsovog broja za različite protoke u tri cijevi

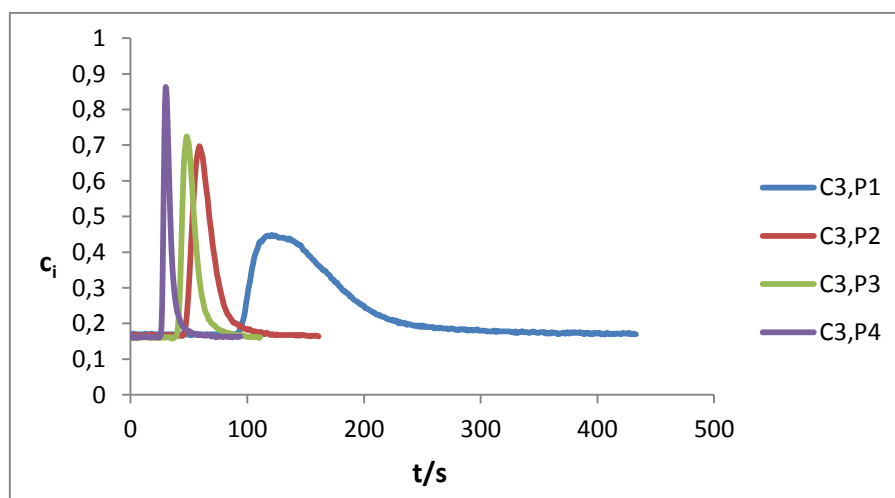
Volumni protok, mL/min	Reynoldsov broj		
	CIJEV 1	CIJEV 2	CIJEV 3
54,4	129,3	430,7	184,6
132,4	314,5	1048,2	449,3
199,6	473,9	1579,6	677,0
258,9	614,8	2049,3	878,3

Izračunate vrijednosti Reynoldsovog broja pokazuju da je u cijevima 1 i 3 pri sva četiri protoka prisutno laminarno strujanje. U drugoj cijevi je također prisutno laminarno strujanje kod prva dva protoka, ali pri većim protocima su znatno veće vrijednosti Reynoldsovog broja koje ukazuju na prijelazni režim strujanja.

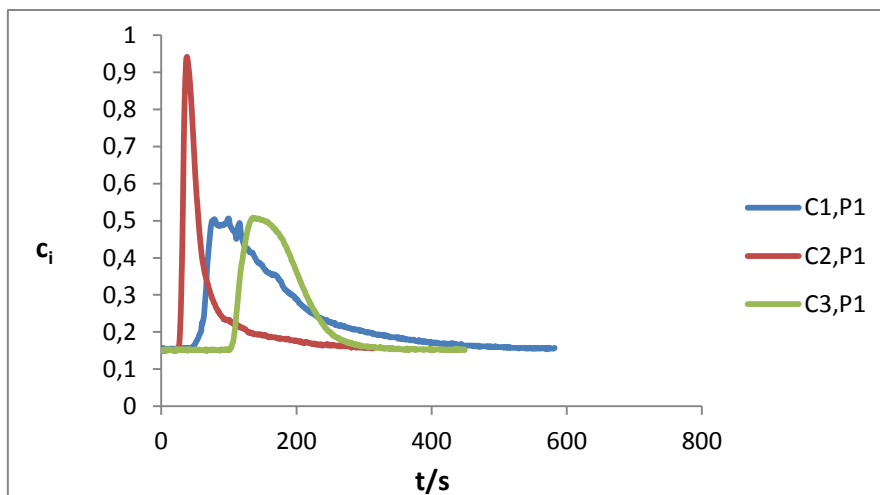
U nastavku su uspoređene odzivne krivulje, koje nam pokazuju ovisnost koncentracije traseira o vremenu, za neke tipične slučajeve.



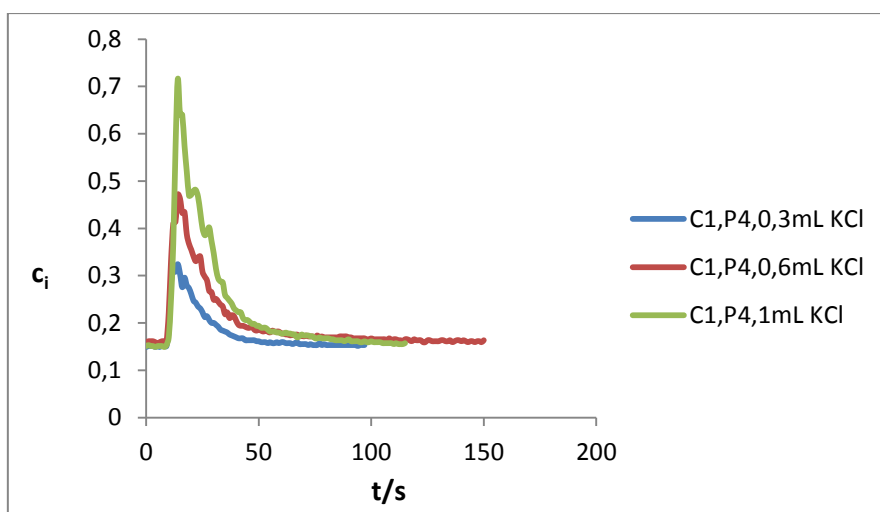
Slika 3.2. Usporedba odzivnih krivulja za tri mjerenja pri istom protoku u istoj cijevi



Slika 3.3. Usporedba odzivnih krivulja za istu cijev pri različitim protocima



Slika 3.4. Usporedba odzivnih krivulja za različite cijevi pri istim protocima



Slika 3.5. Usporedba odzivnih krivulja za istu cijev pri istom protoku, ali različitim volumenima trasera

Na temelju usporedbe odzivnih krivulja možemo izvesti određene zaključke. Slika 3.3. nam pokazuje vrlo malo odstupanje između tri mjerenja provedena u istoj cijevi pri istom protoku što ukazuje na dobru ponovljivost prilikom izvođenja pokusa. Na slici 3.4. se vidi da je najveća vodljivost izmjerena pri najvećem protoku, a najmanja vodljivost je izmjerena pri najmanjem protoku što je i očekivano. Sa slike 3.5. proizlazi da je najveća vodljivost izmjerena u drugoj cijevi, a prva cijev ima najnepravilniju odzivnu krivulju što ukazuje na najveće odstupanje od idealnog strujanja. Na slici 3.6. se vidi da povećanjem volumena dodanog trasera (vodena otopina KCl) raste i izmjerena vodljivost, što je i logično.

#### 4. REZULTATI I RASPRAVA

Eksperimentalno su prikupljeni podaci o koncentraciji trasera ( $C_i$ ) u vremenskim intervalima od jedne sekunde, odnosno  $\Delta t = 1,0$  s. Podaci su prebačeni u program Microsoft Excel u kojem su dalje obrađivani. Eksperimentalne krivulje  $C_i = f(t)$  potrebno je spustiti na os apscisu kako se ne bi računala kriva površina ispod krivulje. Konstruirane su RVZ krivulje te je određeno srednje vrijeme zadržavanja  $\bar{t}$  i disperzijska značajka  $DB$ , kao i Peckletova značajka  $Pe$ . Disperzijska značajka izračunata je prema modelu aksijalne disperzije za strujanja koja malo odstupaju od idealnog u sustavu "zatvoreno- zatvoreno".

Kako bi se odredilo srednje vrijeme zadržavanja, disperzijski broj i RVZ krivulja trebaju se izračunati sljedeće vrijednosti:

- minimalna izmjerena vrijednost koncentracije trasera  $C_{i \min}$
- normalizirana koncentracija prema izrazu:

$$C_{i \text{ norm}} = C_i - C_{i \min} \quad (4.1.)$$

- površina  $Q$  ispod krivulje ovisnosti koncentracije o vremenu prema izrazu:

$$Q = \sum_{i=1}^n C_{i \text{ norm}} \Delta t_i \quad (4.2.)$$

- srednje vrijeme zadržavanja  $\bar{t}$  prema jednadžbi:

$$\bar{t} = \tau = \frac{\sum_{i=1}^n C_{i \text{ norm}} t_i}{\sum_{i=1}^n C_{i \text{ norm}}} \quad (4.3.)$$

- varijanca  $\sigma^2$  eksperimentalno prikupljenih podataka prema jednadžbi:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^2 C_{i \text{ norm}}}{\sum_{i=1}^n C_{i \text{ norm}}} - \bar{t}^2 \quad (4.4.)$$

- bezdimenzijska varijanca  $\sigma_{\theta}^2$  prema izrazu:

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{\sigma^2}{\bar{t}^2} \quad (4.5.)$$

- disperzijska značajka  $DB$  prema izrazu:

$$DB = \frac{D_e}{uL} = \frac{\sigma_{\theta}^2}{2} \quad (4.6.)$$

- Peckletova značajka  $Pe$  prema jednadžbi:

$$Pe = \frac{1}{DB} \quad (4.7.)$$

Bezdimenzijsko vrijeme se definira izrazom

$$\theta = \frac{t_i}{\bar{t}} \quad (4.8.)$$

a funkcija raspodjele vremena zadržavanja jednadžbom

$$E_Z(\theta) = \bar{t}E_Z(t) = \frac{\bar{t}C_{i\,norm}}{Q} \quad (4.9.)$$

U nastavku su prikazane vrijednosti srednjeg vremena zadržavanja  $\bar{t}$ , disperzijske značajke  $DB$  i Peckletove značajke  $Pe$  za sve tri cijevi pri četiri različita protoka i tri različita volumena trasera.

### 1. CIJEV (prazna cijev)

a) volumen trasera 0,3 mL

Tablica 4.1. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	192,1	0,2784	3,20
132,4	62,0	0,2315	3,57
199,6	40,1	0,2233	3,69
258,9	25,0	0,1715	4,42

b) volumen trasera 0,6 mL

Tablica 4.2. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	175,1	0,3095	3,41
132,4	62,4	0,2429	4,14
199,6	45,3	0,2307	4,35
258,9	33,0	0,2184	4,58

c) volumen trasera 1,0 mL

Tablica 4.3. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	167,5	0,3139	3,60
132,4	60,1	0,2833	4,40
199,6	36,0	0,2725	4,57
258,9	31,6	0,2298	5,90

## 2. CIJEV (cijev punjena staklenim kuglicama)

a) volumen traseri 0,3 mL

Tablica 4.4. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	88,8	0,2601	3,85
132,4	21,6	0,1831	5,68
199,6	15,1	0,1419	7,30
258,9	11,1	0,0979	10,71

b) volumen traseri 0,6 mL

Tablica 4.5. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	69,3	0,2712	3,72
132,4	21,4	0,1721	5,97
199,6	21,1	0,0906	11,21
258,9	12,2	0,0864	12,58

c) volumen traseri 1,0 mL

Tablica 4.6. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	82,1	0,2794	3,58
132,4	23,8	0,2028	5,63
199,6	15,3	0,1262	8,41
258,9	13,2	0,1126	8,90



### 3. CIJEV (dugačka uska spiralna cijev)

a) volumen traseri 0,3 mL

Tablica 4.7. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	185,5	0,0747	13,55
132,4	64,2	0,0264	38,0
199,6	45,1	0,0252	41,64
258,9	34,9	0,0199	53,30

b) volumen traseri 0,6 mL

Tablica 4.8. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

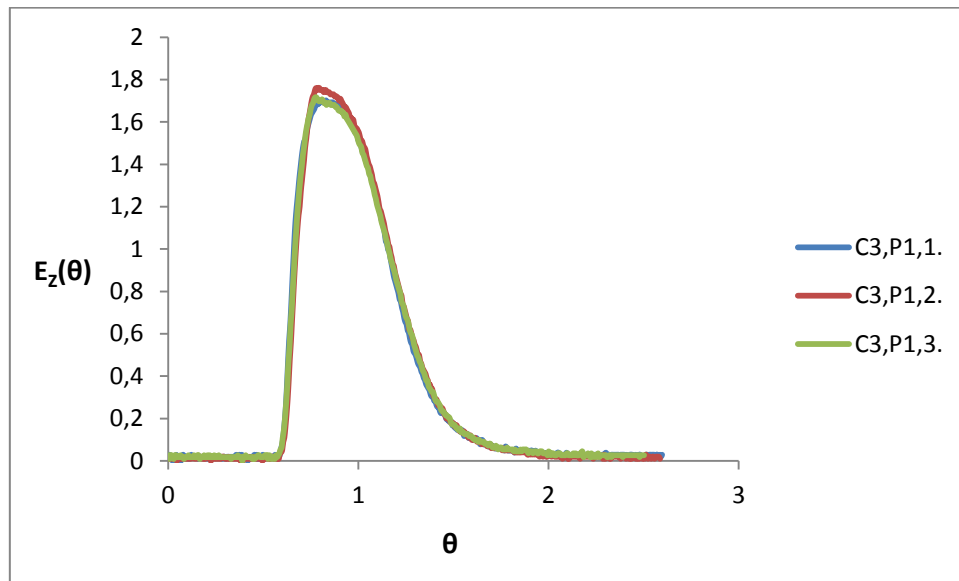
protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	161,9	0,0424	16,09
132,4	66,8	0,0300	29,88
199,6	50,0	0,0296	34,43
258,9	33,7	0,0273	48,51

c) volumen traseri 1,0 mL

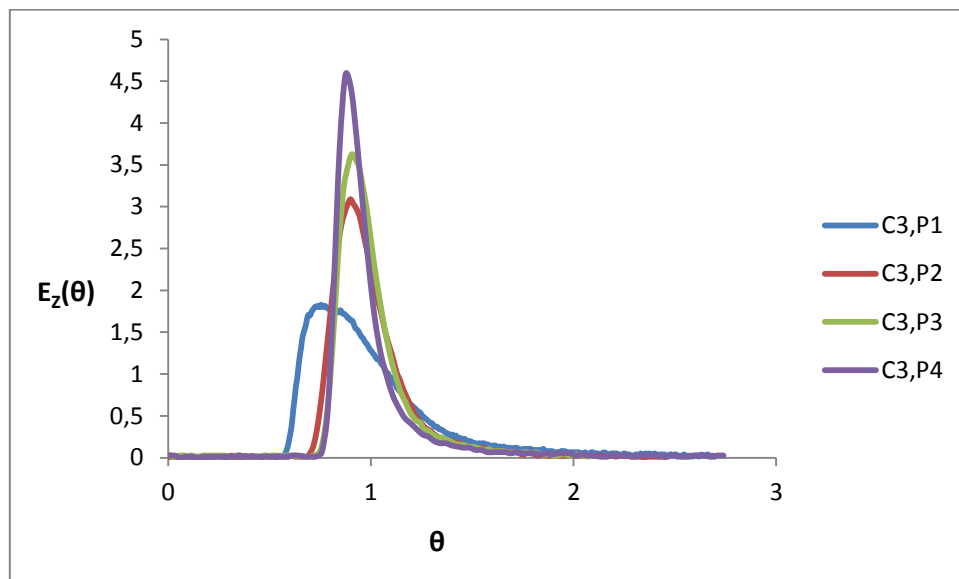
Tablica 4.9. Izračunate disperzijska i Peckletova značajka

protok, mL/min	$\bar{t} / s$	DB	Pe
54,4	169,4	0,0625	28,61
132,4	66,8	0,0380	33,77
199,6	45,3	0,0297	36,10
258,9	34,7	0,0209	37,51

Prikazane su usporedbe eksperimentalnih bezdimenzijskih RVZ krivulja za tipična 4 slučaja.

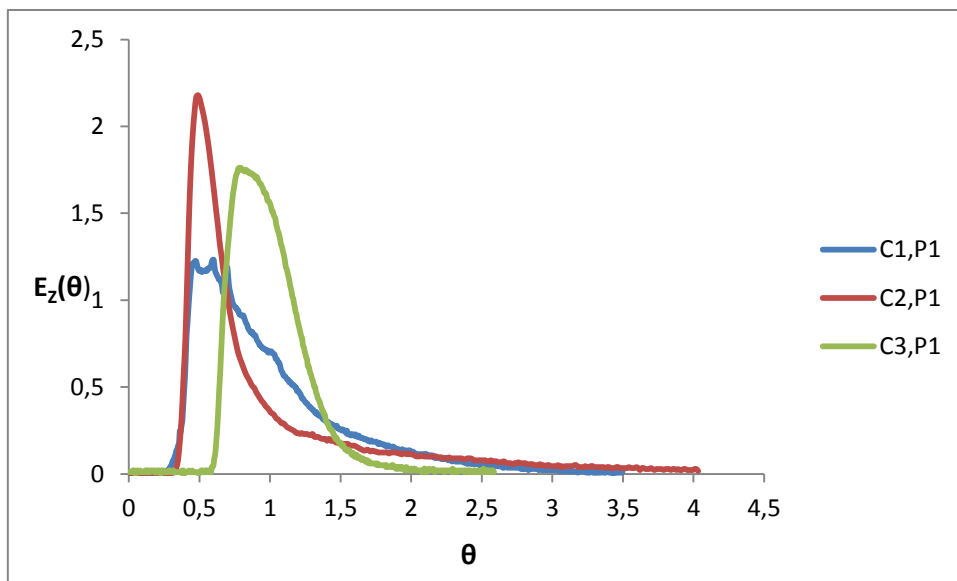


Slika 4.1. Usporedba RVZ funkcija za tri mjerenja pri istom protoku u istoj cijevi

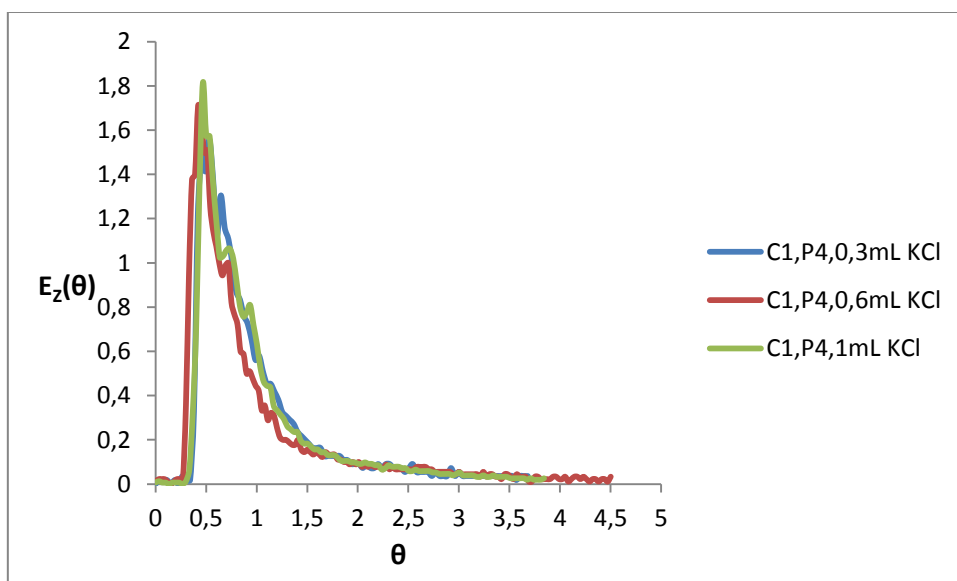


Slika 4.2. Usporedba RVZ funkcija za istu cijev pri različitim protocima

Na temelju eksperimentalno dobivenih  $E_z$  krivulja mogu se donijeti određeni zaključci. Na slici 4.1. se vidi vrlo dobro poklapanje između tri  $E_z$  krivulje određene za istu cijev pri istom protoku. Slika 4.2. pokazuje da se strujanje u cijevi sve više približava idealnom strujanju kako se povećava protok fluida. To nam potvrđuju i vrijednosti disperzijskog broja koji se smanjuje s porastom protoka kroz cijevi. Na slici 4.3. se vidi da su  $E_z$  krivulje za drugu i treću cijev pravilnije i relativno simetrične, a  $E_z$  krivulja za prvu cijev je nepravilna i asimetrična.



Slika 4.3. Usporedba RVZ funkcija za različite cijevi pri istim protocima



Slika 4.4. Usporedba RVZ funkcija za istu cijev pri istom protoku, ali različitim volumenima trasera

Također se može vidjeti da krivulje za drugu i treću cijev imaju veće vrijednosti nego ona za prvu cijev. Iz toga proizlazi da strujanje u prvoj cijevi najviše odstupa od idealnog, odnosno najveća je disperzija što potvrđuju i izračunati disperzijski brojevi.  $E_z$  krivulja za treću cijev je najbližnja krivulji koja odgovara idealnom strujanju pa se može zaključiti kako je u toj cijevi disperzija najmanja, što pokazuju i izračunate vrijednosti disperzijskog broja. Slika 4.4. pokazuje da postoji vrlo malo odstupanje između  $E_z$  krivulja kad se mijenja volumen korištenog trasera u istoj cijevi te pri istom protoku.

## 5. ZAKLJUČAK

U sklopu ovog rada eksperimentalno su određene krivulje raspodjele vremena zadržavanja u tri različite cijevi. Kao traser se koristila vodena otopina KCl, a injektirala se kroz gumenu cjevčicu u obliku impulsnog poremećaja. Na temelju prikupljenih podataka je koristeći model aksijalne disperzije, određen disperzijski broj  $DB$  i izračunato je srednje vrijeme zadržavanja  $\bar{t}$ .

Srednje vrijeme zadržavanja  $\bar{t}$  najmanje je u cijevi punjenoj staklenim kuglicama jer one smanjuju površinu poprečnog presjeka pa fluid struji najvećom brzinom kroz tu cijev. Prazna cijev i dugačka uska spiralna cijev imaju slične vrijednosti srednjeg vremena zadržavanja, iako je ono nešto veće u spiralnoj cijevi zbog izrazito veće dužine 3 naprema 1 metar.

Vrijednosti disperzijskog broja  $DB$  izračunate iz eksperimentalnih podataka modelom aksijalne disperzije su najmanje za spiralnu cijev, a najveće za praznu cijev. Spiralna cijev je tri puta duža od druge dvije cijevi koje su jednake duljine te to doprinosi smanjenju disperzijskog broja. Cijev punjena staklenim kuglicama ima najveću brzinu strujanja fluida, a staklene kuglice otežavaju disperziju. Te činjenice doprinose smanjenju disperzijskog broja, ali ne u tolikoj mjeri kao efekt duljine kod spiralne cijevi. Prazna cijev ima najmanju brzinu strujanja te nema nikakvih učinka koji bi smanjili disperziju kao kod ostale dvije cijevi pa ona ima najveći disperzijski broj.

Za uspješno provođenje kemijske reakcije nužno je poznavati hidrodinamičko ponašanje fluida koji struji kroz reaktor. Kombinacijom eksperimentalnih podataka i modela strujanja može se odrediti odstupanje realnog sustava od graničnih, odnosno idealnih, slučajeva.

## 6. POPIS SIMBOLA

A – reaktant

$A_p$  – površina plašta,  $m^2$

$A_s$  – površina presjeka,  $m^2$

C – koncentracija,  $mol\ dm^{-3}$

$C_A$  – koncentracija tvari A,  $mol\ dm^{-3}$

d – promjer cijevi, m

$D_e$  – prosječna (efektivna) difuzivnost u osnom smjeru,  $m^2\ s^{-1}$

DB – disperzijska značajka

$E_z$  – funkcija vremena zadržavanja, razne jedinice

$E_\theta$  – funkcija vremena zadržavanja u bezdimenzijskom obliku

$F_A$  – molni protok tvari A,  $mol\ s^{-1}$

$\Delta H_r$  – reakcijska entalpija (toplina reakcije),  $kJ\ mol^{-1}$

L – duljina reaktora, m

Pe – Peckletova značajka

R – polumjer reaktora, m

Re – Reynoldsova značajka

r – udaljenost u smjeru polumjera, m

$r_A$  – brzina reakcije s obzirom na tvar A,  $mol\ m^{-3}\ s^{-1}$

T – temperatura, K ili  $^{\circ}C$

t – vrijeme, s

$\bar{t}$  – srednje vrijeme zadržavanja, s

U – ukupni koeficijent prijenosa topline,  $kJ\ s^{-1}\ m^{-2}\ K^{-1}$

u – linearna brzina,  $m\ s^{-1}$

$u_s$  – srednja linearna brzina,  $m\ s^{-1}$

V – volumen,  $m^3$

v – volumna brzina,  $m^3\ s^{-1}$

z – prostorna koordinata u smjeru osi, m

$X_A$  – konverzija reaktanta A

x – prostorna koordinata, m

$\delta(t)$  – delta (Diracova) funkcija

$\eta$  – dinamička viskoznost, Pa s

$\theta$  – bezdimenzijsko vrijeme

$\rho$  – gustoća,  $kg\ m^{-3}$

$\sigma^2$  – varijanca

$\sigma_\theta^2$  – varijanca u bezdimenzijskom obliku

$\tau$  – prostorno vrijeme, s

## 7. LITERATURA

1. Z. Gomzi, Kemijski reaktori, Hinus, Zagreb, 1998
2. Fogler S. H., Elements of Chemical Reaction Engineering, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.
3. Danckwerts P. V., A. I. Ch. E. J., **1**, **4** (1955.) 56-62
4. C. Castelain, P. Legentilhomme, Residence time distribution of a purely viscous non-Newtonian fluid in helically coiled or spatially chaotic flows, Chemical Engineering Journal, **120** (2006) 181-191
5. Danckwerts P. V., Chem. Eng. Sci., **2** (1953.) 78-94
6. O. Levespiel, "Chemical Reaction Engineering, third edition, John Wiley & Sons, New York, 1999
7. Wen C. Y. and Fan L. T., Models for Flow Systems and Chemical Reactors, Marcel Dekker, New York, 1975.
8. Danckwerts P. V., Gas-Liquid Reactions, McGraw-Hill, New York, 1970.
9. M. Gavrilescu, R. Z. Tudose, Residence Time Distribution of the Liquid Phase in a Concentric- Tube Airlift Reactor, Chemical Engineering and Processing, **38** (1999) 225-238
10. Nauman, E. B., Buffham, B. A., Mixing in Continuous Flow Systems, J. Wiley, New York, 1983.
11. K. Ekambara, J.B. Joshi, Axial mixing in laminar pipe flows, Chemical Engineering Science, **59** (2004) 3929-3944
12. Carola G. C. C. Gutierrez, Eduardo F.T.S. Dias, Jorge A.W. Gut, Residence time distribution in holding tubes using generalized convection model and numerical convolution for non-ideal tracer detection, Journal of Food Engineering, **98** (2010) 248-256
13. Himmelblau, D. M., Process Analysis by Statistical Methods, J. Wiley, New York, 1970
14. V. Kosar, Priručnik za vježbe iz Kemijskih reaktora, Zagreb, 2012

## ŽIVOTOPIS

Ime i prezime: Juraj Tonković

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

Školovanje:

2013. – 2017. Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije, Zagreb

Smjer: Kemijsko inženjerstvo

2009. – 2013. XVI. gimnazija, Zagreb

Tečno govorim engleski i njemački jezik. Aktivno koristim Microsoft Office i Microsoft Excel programske pakete te poznajem programiranje u Matlab-u. Aktivno se bavim stolnim tenisom te sudjelujem na sveučilišnim prvenstvima i županijskim turnirima gdje osvajam medalje.